भारतीय राष्ट्रीय खगोलीय ओलंपियाड – 2026
प्रश्नपत्रिका

अनुक्रमांक: ☐☐☐☐ - ☐☐☐☐ - ☐☐☐☐ दिनांक: 31 जनवरी 2026

समय अवधि: तीन घंटे कुल प्राप्तांक: 100

सूचनाएं::

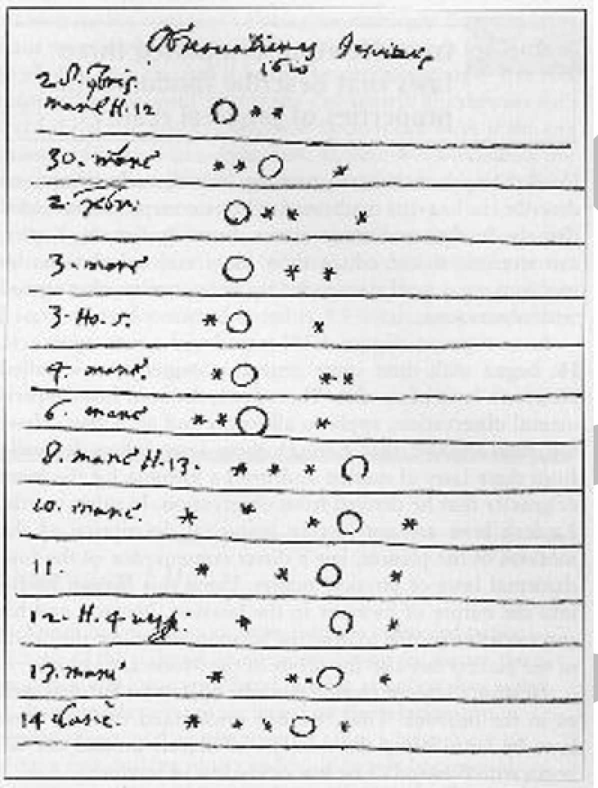
- शुरूआत करने से पहले ये सुनिश्चित कर लें कि आपको 6 पृष्ठ की प्रश्नपत्रिका प्राप्त हुई है।
- अपना अनुक्रमांक इस पृष्ठ के उपरी हिस्से में दिये हुए बक्सों मे लिखे।
- इस प्रश्नपत्रिका में कुल 6 प्रश्न हैं । हर एक प्रश्न / उप–प्रश्न के अधिकतम प्राप्तांक उसके सामने लिखे गये है।
- सभी प्रश्नों के लिए, अंतिम उत्तर की अपेक्षा समाधान पर पहुंचने की प्रक्रिया अधिक महत्वपूर्ण है। जरूरत पडने पर आप उचित अभिधारणाओं / अनुमानों का प्रयोग कर सकते हैं। कृपया अपनी पद्धति स्पष्ट रूप से लिखें, स्पष्ट रूप से सभी तर्कों का वर्णन करें।
- गैर–प्रोग्रामयोग्य वैज्ञानिक कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है।
- उत्तरपत्रिका परिवेक्षक को लौटायी जानी चाहिए। आप प्रश्नपत्रिका को वापस अपने साथ ले जा सकते हैं।

उपयोगी स्थिरांक

सूर्य का द्रव्यमान	$M_\odot$	=	$1.988 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
सूर्य की त्रिज्या	$R_\odot$	=	$6.957 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$
	$L_\odot$	=	$3.828 \times 10^{26}\,\mathrm{W}$
सौर स्थिरांक (पृथ्वीसमीप)	$S_\odot$	=	$1361\,\mathrm{W\,m^{-2}}$
पृथ्वी का द्रव्यमान	$M_\oplus$	=	$5.972 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
पृथ्वी की त्रिज्या	$R_\oplus$	=	$6.378 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$
	c	=	$2.998 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
स्टेफ़ान–बोल्ट्ज़मान नियतांक	σ	=	$5.670 \times 10^{-8}\,\mathrm{W\,m^{-2}\,K^{-4}}$
वीन का विस्थापन नियतांक	b	=	$2.898 \times 10^{-3}\,\mathrm{m\,K}$
गुरुत्वीय स्थिरांक	G	=	$6.674 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$
खगोलीय एकक (astronomical unit)	$1\,\mathrm{au}$	=	$1.496 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$

HBCSE

1. (a) (10 marks) गैलीलियो की खोजों में से एक बृहस्पति के उपग्रहों की खोज थी और उन्होंने अपनी नोटबुक में हर रात उपग्रहों की स्थिति दर्शाने वाले रेखाचित्र बनाए थे। उनके मूल हस्तलिखित नोट्स की इस तस्वीर में, बड़ा वृत्त बृहस्पति को दर्शाता है और छोटे तारे चार उपग्रहों की स्थिति को दर्शाते हैं। बाईं ओर तिथि है।



नीचे दी गई टेबल में अलग–अलग समय पर बृहस्पति के संबंध में यूरोपा नाम के एक सैटेलाइट की स्थिति के माप दिए गए हैं। यहाँ, x बृहस्पति और यूरोपा के बीच की दूरी परिमाण को दिखाता है, जैसा कि एक समान चित्र/रेखाचित्र में मापा गया है। एक उपयुक्त लीनियर प्लॉट के ज़रिए यूरोपा का परिक्रमा काल (T) निकालें। (आप मान सकते हैं कि x का अधिकतम मान $3\,\text{cm}$ है)।

T (घंटों में)	x (सेंटीमीटर में)	T (घंटों में)	x (सेंटीमीटर में)
0	not seen	10	2.18
1	0.49	11	2.32
2	0.65	12	2.45
3	0.84	13	2.56
4	1.06	14	2.67
5	1.26	15	2.78
6	1.45	16	2.84
7	1.65	17	2.91
8	1.82	18	2.95
9	2.02	–	–

(b) (2 marks) भाग (a) की तरह, यूरोपा के पूरे परिक्रमा काल के लिए वैसा ही एक कच्चा रेखाचित्र (ग्राफ) बनाइए।

HBCSE

2. (a) (6 marks) एक खगोल–प्रेमी (ऑब्ज़र्वर) नासिक शहर में है (अक्षांश $\approx 20°$N और देशांतर $\approx 73°$E)। वह साल के अलग–अलग दिनों में सूरज को उगते हुए देखती है।
उत्तरपत्रिका में दिया गया चित्र नासिक शहर के पूर्वी क्षितिज (जिसे एक सीधी रेखा माना गया है) को दिखाता है, जिसमें पूर्वी मुख्य बिंदु को E से मार्क किया गया है। दिगंश (एज़िमुथ) परिसर $60°$ से $120°$ तक दी गई है, जो हर $10°$ पर चिह्नित है। नीचे दी गई टेबल में, आपको कुछ तारीखें और उनके साथ अक्षर दिए गए हैं। इन तारीखों पर ऑब्ज़र्वर द्वारा देखे गए सूरज के उगने के अनुमानित बिंदुओं को दिए गए क्षितिज पर चिह्नित करें और उन्हें संबंधित अक्षरों से अंकित करें। सटीक गणना की आवश्यकता नहीं है।
ध्यान दें: दिगंश (एज़िमुथ) क्षितिज पर मापा जाने वाला वह कोण है, जिसे 'उत्तर बिंदु' (यानी वह बिंदु जो ध्रुव तारे के ठीक नीचे क्षितिज पर है) से उस बिंदु तक मापा जाता है जो तारे के ठीक नीचे क्षितिज पर है। इसे पूर्व दिशा की ओर मापा जाता है।

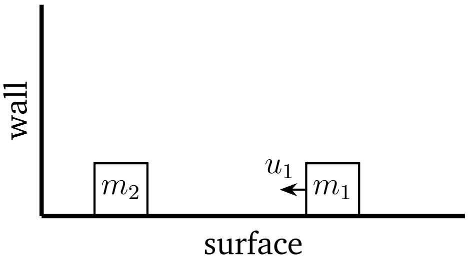
अक्षर	दिनांक
A	01 जनवरी 2025
B	01 अप्रैल 2025
C	15 मई 2025

अक्षर	दिनांक
D	01 जून 2025
E	01 जुलाई 2025
F	01 अक्तूबर 2025

(b) (4 marks) अब मान लीजिए कि वही खगोल–प्रेमी पृथ्वी की भूमध्य रेखा पर स्थित एक शहर में है। उत्तरपत्रिका में दिया गया चित्र क्षितिज (जिसे एक सीधी रेखा माना गया है) का है, जो भूमध्य रेखा से $180°$ से $360°$ के दिगंश (एज़िमुथ) परिसर में दिखाई देता है। पश्चिम बिंदु को अक्षर W से चिह्नित किया गया है और दिगंश पर हर $30°$ के अंतराल पर निशान हैं।
यदि लागू हो, तो अपनी उत्तरपत्रिका में दिए गए क्षितिज के चित्र पर निम्नलिखित तारों के अस्त होने के अनुमानित बिंदुओं को (उनके क्रमांक लिखकर) अंकित करें।

Sr. No.	तारों के सामान्य नाम	बायर नाम
1	Pollux (पोलक्स)	α Gem
2	Polaris (पोलरिस)	α UMi
3	Canopus (कैनॉपस)	α Car
4	Vega (वेगा)	α Lyr
5	Revati (रेवती)	ζ Psc
6	Rigel (रीगल)	β Ori
7	Dubhe (दुभे)	α UMa
8	Kaus Borealis (कौस बोरेलिस)	λ Sgr

3. दो ब्लॉक, m_1 और m_2, एक स्थिर दृढ़ दीवार के पास घर्षणरहित समतल सतह पर रखे हैं। ब्लॉक m_2 दीवार के पास स्थिर अवस्था में है और ब्लॉक m_1 उसकी ओर $u_1 = -1\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ के वेग से उसकी ओर बढ़ रहा है। सभी टक्करें (ब्लॉकों के बीच और दीवार के साथ) पूर्णतः प्रत्यास्थ (elastic) हैं।



HBCSE

(a) (5 marks) पहली स्थिति में, $1\,\mathrm{kg}$ द्रव्यमान (mass) के दो एक समान ब्लॉक लें। इस प्रक्रिया में होने वाली कुल टक्करों (ब्लॉक–ब्लॉक या ब्लॉक–दीवार के साथ) की संख्या बताएं।

(b) (2 marks) अब हम एक उपयुक्त चित्र बनाकर 'वेग–स्पेस' (velocity space) में इस गति का वर्णन करेंगे। उत्तरपत्रिका में दिए गए ग्रिड में, हम दो अक्षों (axes) को इस प्रकार परिभाषित करते हैं: $\alpha = v_1\sqrt{m_1}$ और $\beta = v_2\sqrt{m_2}$। प्रत्येक चरण (phase फेज़) में लगातार होने वाली टक्करों के बीच के α और β के मानों (values) को प्लॉट करें। इन्हें सीधी रेखा वाले तीरों (straight line arrows) से जोड़ें जो हर टक्कर के क्षण पर होने वाले बदलाव को दर्शाते हैं।

(c) (3 marks) इस फेज़ आरेख (diagram) पर, हम कई नियत ऊर्जा वक्र (constant energy contours) बना सकते हैं (ये ऐसी रेखाएँ हैं जहाँ कुल ऊर्जा एक समान रहती है)। भाग (b) में दिए गए उसी ग्रिड पर, वह वक्र (curve) बनाएं जो आपके द्वारा प्लॉट किए गए फेज़–बिंदुओं (phase points) से होकर गुज़रता है।

(d) (6 marks) अब m_1 और m_2 के किसी भी मान (arbitrary values) के लिए एक सामान्य स्थिति लें। इसके फेज़ आरेख में, मान लीजिए कि a, b, c पहले तीन फेज़–बिंदु हैं। यदि $\angle abc = \theta$ है, तो m_1 और m_2 के पदों में θ का व्यंजक (expression) बताएं।

(e) (3 marks) भाग (d) की जानकारी का उपयोग करके, $m_1 = 4m_2$ के लिए एक पूर्ण फेज़ आरेख (phase diagram) बनाएं।

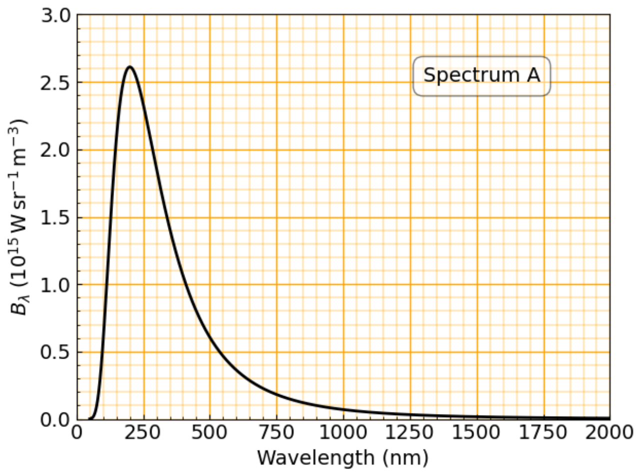
(f) (3 marks) सामान्य स्थिति में (यानी m_1/m_2 के किसी भी अनुपात के लिए), आप पाएंगे कि इस नियत ऊर्जा वक्र (constant energy curve) का एक ऐसा क्षेत्र निर्धारित किया जा सकता है जहाँ अंतिम फेज़–बिंदु स्थित हो। यदि p और q उस वक्र पर इस क्षेत्र के अंतिम सिरे (end points) हैं और o मूल–बिंदु (origin) है, तो रेखा op और oq के समीकरण (equations) बताएं।
भाग (e) के आरेख में $m_1/m_2 = 4$ की स्थिति के लिए इन रेखाओं को बनाएं।
संकेत: दो समीकरणों में से एक में, आप अनुपात $m_1/m_2 = 4$ का उपयोग करेंगे।

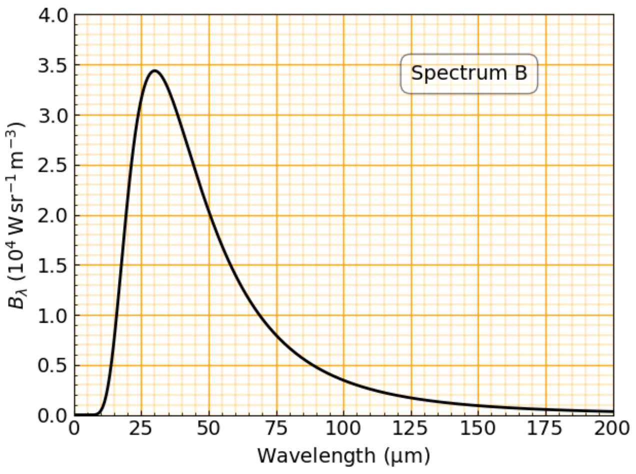
(g) (5 marks) एक असमानता लिखिए जो n पर सीमा दर्शाती हो, जहाँ n टक्करों की कुल संख्या है, m_1 और m_2 के संदर्भ में।
संकेत: θ और n के बीच असमानता लिखिए।

(h) (3 marks) Lastly, use the information above to estimate the total number of collisions for the case $m_1 = 10^{10}m_2$. अंत में, $m_1 = 10^{10}m_2$ के लिए – ऊपर दी गई जानकारी का उपयोग करके कुल टक्करों की संख्या का अनुमान लगाएं।

4. कृष्णिका विकिरण

(a) (4 marks) मान लीजिए कि एक तारे कि त्रिज्या $R_\mathrm{s} = 3\,\mathrm{R}_\odot$ है और एक गैस का बादल कि त्रिज्या R_g है, जो तारे से d दूरी पर है। मान लीजिए कि गैस का बादल में विकिरण (radiation) का कोई स्रोत नहीं है और इस सिस्टम के आस–पास कोई दूसरा तारा नहीं है। तारे और गैस के बादल दोनों को कृष्णिका (Blackbody) माना जा सकता है।
आपको नीचे दो वर्णक्रम (spectrum) (A और B) दिए गए हैं। पता लगाएँ कि कौन सा स्पेक्ट्रार्णक्रम (spectrum) तारे का है और कौन सा गैस के बादल का है। अपने जवाब का कारण बताएँ। फिर, तारे का प्रभावी तापमान (effective temperature), T_s, और गैस के बादल का प्रभावी तापमान (effective temperature), T_g की गणना करें।

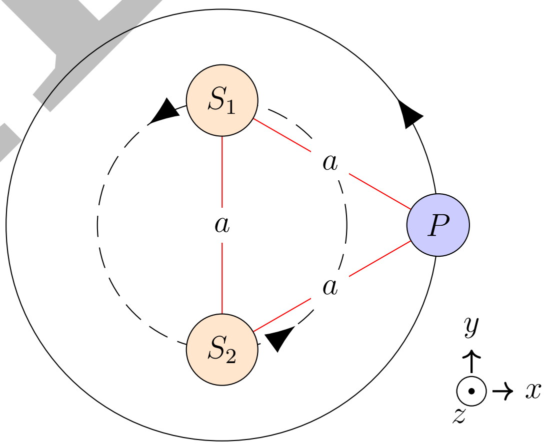




(b) (4 marks) गैस के बादल की तारे से दूरी, d, की गणना करें।

5. (10 marks) इंटरनेशनल स्पेस स्टेशन (ISS)
कभी–कभी भोर और साँझ के आसमान में एक चमकदार गतिशील वस्तु के रूप में दिखाई देता है। एक दिन, कुंदन ISS को क्षितिज से उदय होते हुए, ज़ेनिथ (Zenith) के पास से गुज़रते हुए और दूसरी दिशा में अस्त होते हुए देखता है।
मान लीजिए कि ISS w मीटर चौड़ा है और पृथ्वी की सतह से x मीटर की ऊंचाई पर एक गोलाकार कक्षा में पृथ्वी का चक्कर लगा रहा है।
इसकी प्रतीत कोणीय विस्तार (apparent angular size), ϕ, के लिए एक व्यंजक निकालें, जो इसकी ऊंचाई का फलन (function) है।

6. एक द्वितारा प्रणाली के चारों ओर ग्रह की कक्षा:
एक्सोप्लैनेट शोधकर्ता धनंजय एक द्वितारा प्रणाली (binary star system) में पृथ्वी जैसे ग्रह पर जीवन की संभावनाओं का पता लगाना चाहते थे। और खास तौर पर वह इस विन्यास (configuration) को देखना चाहते थे जिसमें: दो एक समान तारे S_1, S_2 और एक ग्रह P प्रणाली के द्रव्यमान केंद्र (centre of mass) के चारों ओर वृत्ताकार कक्षा में हैं और हर समय, तीनों पिंड मिलकर एक समबाहु त्रिभुज बनाते हैं जिसकी भुजा की लंबाई $a = 2$ au है, जैसा कि नीचे दिए गए चित्र में दिखाया गया है।
(ध्यान दें कि इस चित्र में दिखाए गए उदाहरण में, द्रव्यमान केंद्र (centre of mass) से P तक का त्रिज्या सदिश (radius vector) ठीक x–अक्ष के साथ है)



HBCSE

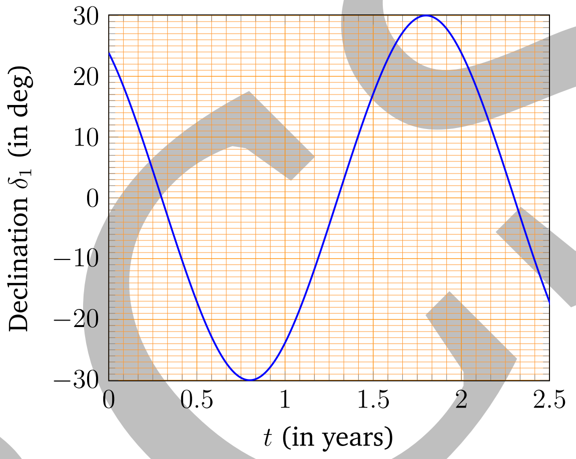
इस प्रकार की प्रणाली की अवधि t_{P} निम्न द्वारा दी जाती है:

$$t_{\mathrm{P}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2 + m_3)}}$$

आप ग्रह P का द्रव्यमान और त्रिज्या पृथ्वी के समान और दोनों तारे सूर्य के समान मान सकते हैं। P का नक्षत्रीय घूर्णन आवर्तकाल (sidereal period of rotation) 1 दिन है और ऊपर दिए गए चित्र में P के घूर्णन अक्ष द्वारा z−अक्ष के साथ बनाया गया कोण, जिसे अक्षीय झुकाव कहते हैं, $\epsilon = 30^\circ$ हैं। धनंजय को ग्रह के बारे में निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर देने में सहायता करें:

(a) (3 marks) ग्रह P का एल्बे (albedo) $A = 0.15$ मानते हुए, ग्रह के औसत सतह तापमान (T_{P}) का अनुमान लगाइए।

धनंजय ने ग्रह से देखे जाने पर तारे 1 के डेक्लिनेशन (declination), δ_1, में समय के साथ होने वाले बदलाव की गणना की। इस बदलाव को नीचे दिए गए चित्र में दिखाया गया है।



ध्यान दें कि डेक्लिनेशन (declination) को सामान्य अर्थ में परिभाषित किया गया है – यह वह कोण है जो खगोलीय वस्तु, ग्रह के खगोलीय विषुवत रेखा (celestial equator) के साथ बनाता है।

(b) (4 marks) उत्तरपत्रिका में दिए गए आलेख में तारे S_2 के डेक्लिनेशन (declination), δ_2, का समय के अनुसार आलेख बनाइए।

(c) (6 marks) सवाल की शुरुआत में दिए गए चित्र में दिखाए गए दो तारों और ग्रह प्रणाली, डेक्लिनेशन (declination) बनाम समय आलेख में समय $t = 0$ के हिसाब से प्रणाली का अभिविन्यास (orientation) है।
उत्तरपत्रिका में दिए गए चित्र में, ग्रह की कक्षा पर x−अक्ष के संबंध में, ग्रह से देखे जाने पर विषुवों की दिशा को चिह्नित करें। उस विषुव को जिसके बाद ग्रह के उत्तरी गोलार्ध में दिन लंबे हो जाते हैं, उसे $\times$ से चिह्नित करें और उसके बगल में VE लिखें और दूसरे को Δ से मचिह्नित करें और उसके बगल में AE लिखें। ध्यान दें कि विषुव वह दिन होता है जो औसत दिन की लंबाई के बराबर होता है।

(d) (10 marks) हम ग्रह पर किसी बिंदु पर प्रभावी फ़्लक्स (effective flux) को उस बिंदु पर स्पर्शी तल (tangential plane) पर गिरने वाली प्रति इकाई क्षेत्रफल प्रति इकाई समय ऊर्जा के रूप में परिभाषित करते हैं। ग्रह के उत्तर ध्रुव पर $t = 0\,\mathrm{yr}$ से $t = 2.5\,\mathrm{yr}$ तक प्रभावी फ़्लक्स (effective flux) का आलेख बनाएं।

(e) (4 marks) भूमध्य रेखा और ध्रुव पर दिन की सामान्य लंबाई कितनी होगी? अपने उत्तर का कारण बताइए।

(f) (3 marks) प्रणाली के एक कक्षीय काल में ग्रह पर एक निरीक्षक के लिए शून्य छाया दिनों (zero shadow day) की संख्या क्या होगी, इन दो मामलों के लिए −− केस 1: लैटीट्यूड $> 30^\circ$ केस 2: लैटीट्यूड $< 30^\circ$. अपने उत्तर का कारण बताइए।

HBCSE