

भारतीय राष्ट्रीय भौतिकी ओलंपियाड(INPhO)-2025

होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र
टाटा मूलभूत अनुसंधान केंद्र
वि न पुरव मार्ग, मानखुर्द, मुंबई - 400088

प्रश्न पत्र

दिनांक : 02 February 2025
समय : 09:00-12:00 (3 hours)
अनुदेश

अधिकतम अंक : 75

अनुक्रमांक: - -

1. इस पुस्तिका में कुल 9 पृष्ठ तथा 5 प्रश्न हैं। जहाँ कहा गया है वहाँ पृष्ठ पर सबसे ऊपर अनुक्रमांक (Roll Number) अवश्य लिखें।
2. उत्तर लिखने के लिए पुस्तिका अलग से दी गयी है। उत्तर लिखने के निर्देश उत्तर पुस्तिका पर हैं।
3. 'नॉन प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर' के उपयोग की अनुमति है। मोबाइल फ़ोन का कैलकुलेटर के रूप में प्रयोग वर्जित है।
4. परीक्षा के अंत में उत्तर पुस्तिका को जमा कर दें। आप प्रश्न पत्र अपने साथ ले जा सकते हैं।

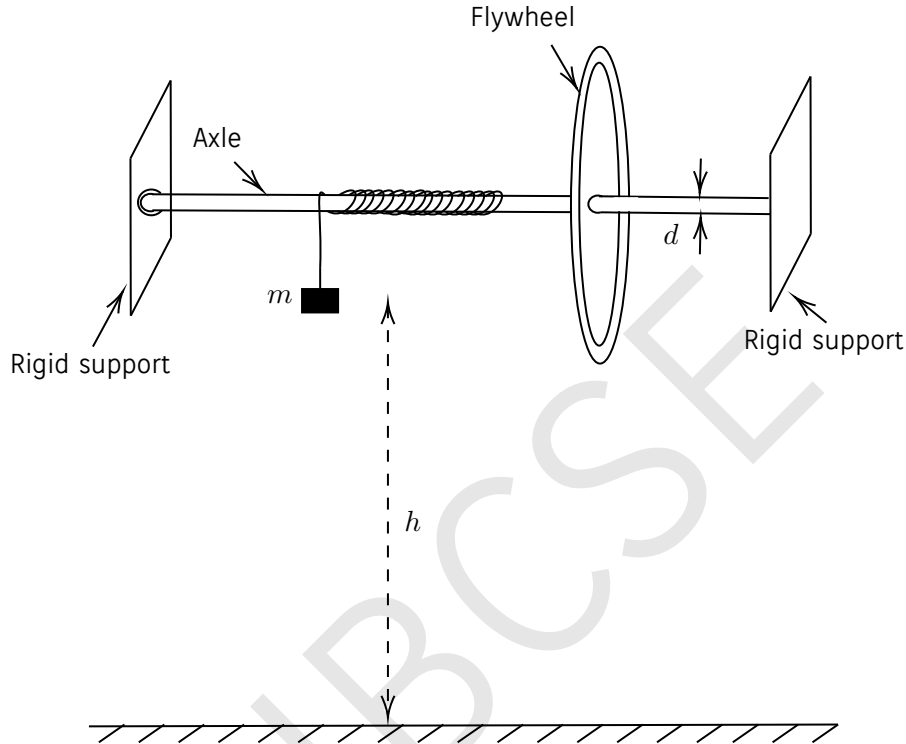
स्थिरांकों की सारणी

निर्वात में प्रकाश का वेग	c	$3.00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
इलेक्ट्रॉनिक आवेश का परिमाण	e	$1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$
$1/4\pi\epsilon_0$ का मान		$9.00 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{C}^{-2}$
आवगाद्रो संख्या	N_A	$6.022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
गुरुत्वीय त्वरण	g	$9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
सार्वत्रिक गैस नियतांक	R	$8.31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
	R	$0.0821 \text{ l}\cdot\text{atm}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$
बोल्ट्ज़मान नियतांक	k_B	$1.3806 \times 10^{-23} \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}$
पारगम्यता नियतांक	μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$

प्रश्न संख्या	1	2	3	4	5	कुल
पूर्णांक	8	14	16	22	15	75

1. गति पालक चक्र (Flywheel) की गाथा

निम्नलिखित प्रयोग में हम एक गति पालक चक्र के जड़त्व आघूर्ण का निर्धारण करने में रुचि रखते हैं। गति पालक चक्र के इस संयोजन में इसकी धुरी के दोनों सिरे दीवार में दिए गए दृढ़ सहारे में खांचे के अंदर रखे जाते हैं (कृपया नीचे दिया गया चित्र देखें)। धुरी का व्यास $d = 2.72$ सेमी है। घर्षण के विरुद्ध धुरी द्वारा प्रति चक्र कृत कार्य W है। एक बिंदु द्रव्यमान m का पिंड इस से जुड़ी एक द्रव्यमान रहित डोरी से इस प्रकार धुरी पर n फेरों में कसकर लपेटा जाता है कि वह एक के ऊपर एक न चढ़े। जैसे ही यह द्रव्यमान प्रारंभिक ऊंचाई h से नीचे आता है, डोरी बिना फिसले धुरी से खुलने लगती है। डोरी की लंबाई इस तरह समायोजित की जाती है कि जैसे ही पिंड फर्श को छूता है, तो डोरी धुरी से अलग हो जाती है। वह क्षण, जब पिंड फर्श को छूता है (जिसे $t = 0$ के रूप में लिया जाता है), गति पालक चक्र घूमना जारी रखे हुए समय $t = T$ तक रुकने से पहले N चक्र और लगाता है। दिया गया चित्र आंकड़ों के अनुसार नहीं है।



वह क्षण, जब पिंड फर्श को छूता है (जिसे $t = 0$ के रूप में लिया जाता है), गति पालक चक्र घूमना जारी रखे हुए समय $t = T$ तक रुकने से पहले N चक्र और लगाता है। दिया गया चित्र आंकड़ों के अनुसार नहीं है।

- (a) [5 अंक] गति पालक चक्र के जड़त्व आघूर्ण I के लिए m, N, T , एवं अन्य ज्ञात प्राचलों के पदों में व्यंजक प्राप्त कीजिये।
- (b) [3 अंक] प्रयोग से प्राप्त आंकड़े निम्नानुसार दिए गए हैं।

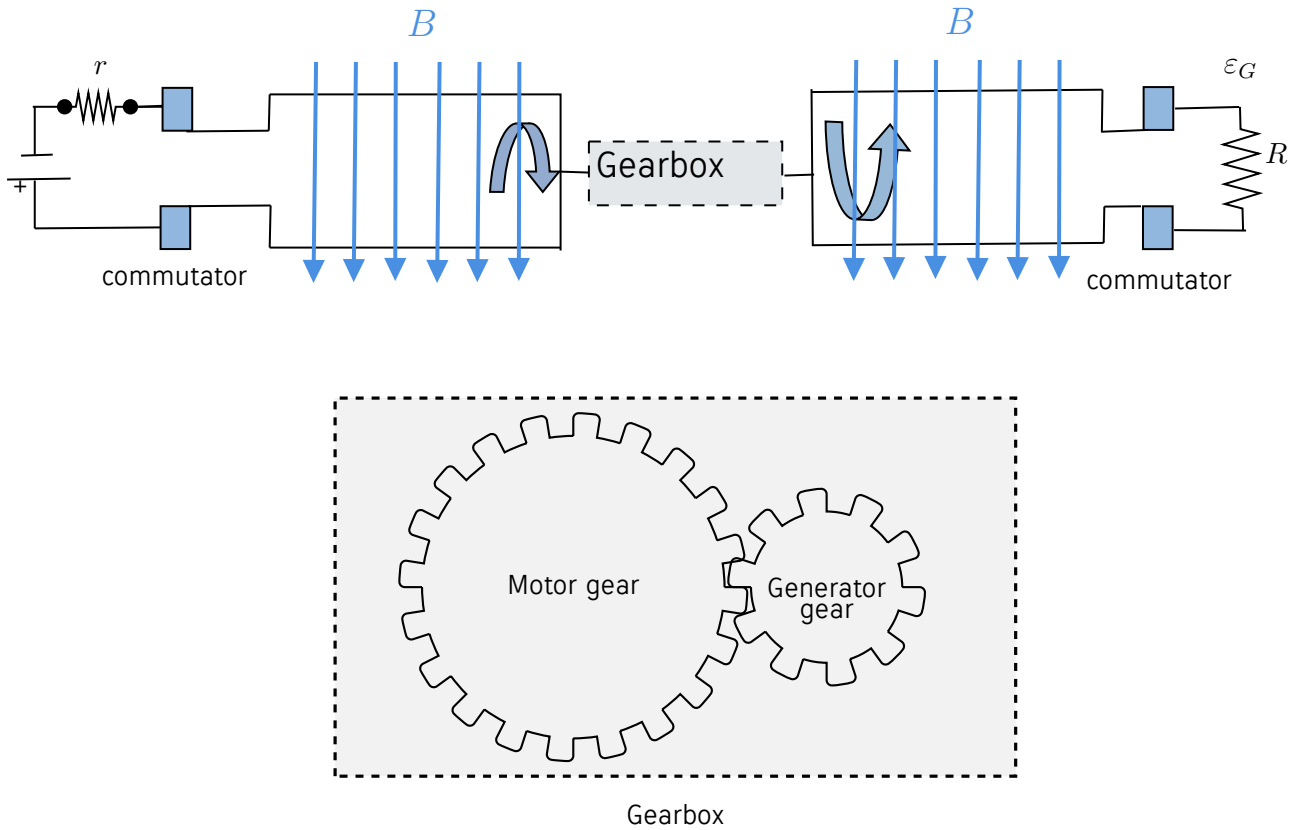
m (ग्राम)	N	T (सेकंड)
150.0	145.25	190.0
200.0	200.00	225.5
250.0	238.50	235.5

$n = 16$, और $h = 139$ सेमी के लिए I की गणना कीजिए।

2. Gearminator: मशीनों की उड़ान

हम एक "कल्पित प्रयोग" पर विचार करते हैं जिसमें एक डीसी मोटर और एक डीसी जनरेटर को गियरबॉक्स के माध्यम से यांत्रिक रूप से जोड़ा जाता है, जो आदर्श स्थितियों में परिचालित होता है, ताकि सिस्टम के पावर आउटपुट और दक्षता का

पता लगाया जा सके। (कृपया नीचे योजनाबद्ध रूप से दिए गए चित्र को देखें)। योजनाबद्ध गियरबॉक्स संयोजन को भी चित्र में दिखाया गया है।



मोटर और जनित्र (जनरेटर) दोनों में क्षेत्रफल A वाले N वलय हैं और वे B तीव्रता के एक समान चुंबकीय क्षेत्र में घुमते हैं। मोटर और जनित्र दोनों ही, प्रायः हर आधे चक्र में प्रत्येक भुजा में धारा की दिशा को पलटने के लिए नीले ब्लॉक द्वारा इंगित दिक्-परिवर्तक (कम्यूटेटर) का उपयोग करते हैं, ताकि एकल दिशीय (unidirectional) निर्गम को सुनिश्चित किया जा सके। जनरेटर एक बाह्य प्रतिरोध R से जुड़ा हुआ है, और मोटर एक आंतरिक प्रतिरोध r के साथ एक नियत वोल्टेज V_M द्वारा संचालित है। गियरबॉक्स आदर्श है, जिसमें घर्षण या अन्यथा कारण से कोई ऊर्जा की हानि नहीं होती है, और साथ ही गियर के दांतों के बीच भी कोई फिसलन नहीं होती है। मेशिंग गियर की एक जोड़ी के लिए, जैसा कि ऊपर दिखाया गया है, कोणीय गति अनुपात, जिसे गियर अनुपात X के रूप में भी जाना जाता है, को निम्न प्रकार परिभाषित किया गया है:

$$X = \frac{\omega_M}{\omega_G},$$

जहाँ ω_M और ω_G क्रमशः मोटर और जनित्र के लिए कोणीय वेग के मान हैं। साथ ही मान लें कि P_G और P_M एक पूर्ण चक्र के लिए क्रमशः जनित्र की निर्गत (Output) शक्ति और मोटर की आगम (Input) शक्ति का समय औसत है।

- [6 अंक] X , R , r और दिए गए प्राचलों के पदों में ω_G के लिए व्यंजक व्युत्पन्न करें। r और R के निश्चित मानों के लिए, X का व्यंजक निर्धारित करें जिसके लिए ω_G का मान अधिकतम है।
- [3 अंक] X , R , r और दिए गए प्राचलों के पदों में जनित्र की निर्गत शक्ति $\langle P_G \rangle$ के लिए व्यंजक प्राप्त करें। r और R के निश्चित मानों के लिए, X का व्यंजक निर्धारित करें जिसके लिए $\langle P_G \rangle$ का मान अधिकतम है।
- [5 अंक] r और R के निश्चित मानों के लिए, X पर वह स्थिति निर्धारित करें जिसके लिए दक्षता η अधिकतम है, जहाँ

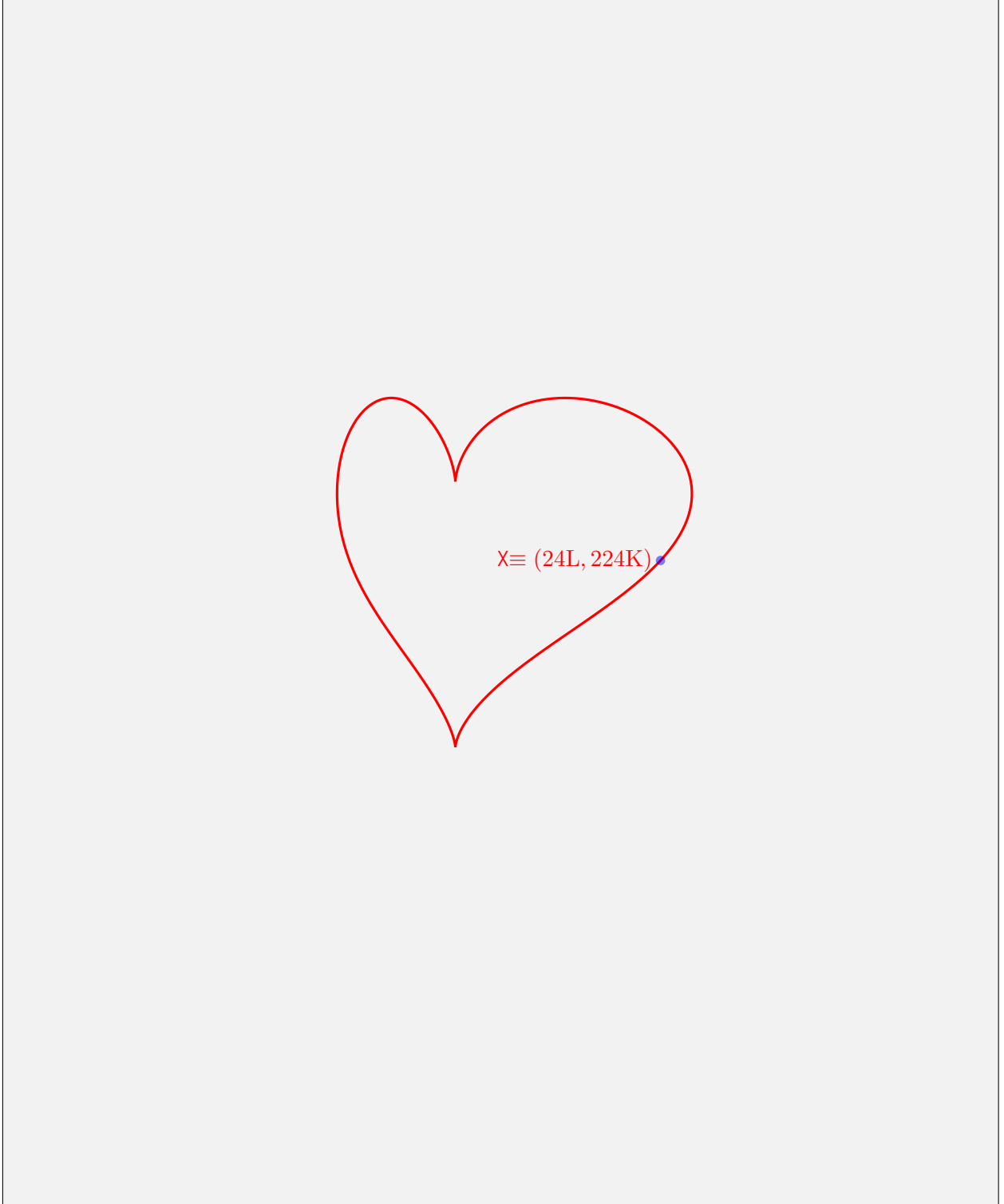
$$\eta = \frac{\langle P_G \rangle}{\langle P_M \rangle}.$$

η का यह महत्तम मान प्राप्त करें।

3. मोहब्बत का नजरिया

एक आदर्श एक-आणविक गैस के एक मोल के लिए एक ऊष्मागतिक चक्र चलाया जाता है। इस चक्र का निरूपण आयतन (V) - तापमान (T) ग्राफ में एक "दिल" के आकार में प्राप्त होता है (यह नीचे छायांकित क्षेत्र के रूप में दिखाया गया है)। यद्यपि, ग्राफ को कोई भी अक्ष प्रदान नहीं किया गया है। ग्राफ को इस प्रकार खींचा गया है कि यह V -अक्ष के साथ 1 सेमी के पैमाने पर 4 लीटर का निरूपण करता है, और T -अक्ष के साथ 1 सेमी 80 K का निरूपण करता है।

बिंदु X पर दाब पूरे चक्र के लिए न्यूनतम दिया गया है, इस बिंदु पर तापमान और आयतन क्रमशः $T_X = 224\text{ K}$ और $V_X = 24\text{ लीटर}$ है।

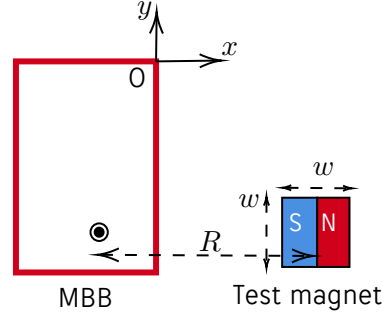


- (a) [13 अंक] दिए गए आरेख में V और T दोनों अक्षों को पैमाने के अनुसार सारांश उत्तर पुस्तिका में बनाएँ। मूल बिंदु को "0" से इंगित करें। विस्तृत उत्तर पुस्तिका में अपने उत्तर के समर्थन में पुष्टि करें। उत्तर पुस्तिका में आपको एक अतिरिक्त उत्तर बॉक्स दिया गया है। यदि पहले वाले में कोई भूल हो तो।
- (b) [3 अंक] आपके द्वारा खींची गई अक्षों और मूल बिंदु के लिए, ग्राफ पर उन बिंदु या बिंदुओं को \otimes से इंगित करें जहाँ चक्र में दाब अधिकतम है/हैं। और इसका वक्र पर P_{max} के रूप में अंकन (Label) करें। अधिकतम दाब के मान का निर्धारण करें।

4. मैग्नेटिक ब्लैक बॉक्स (MBB)

मैग्नेटोमीटर एक हॉल-प्रभाव पर आधारित संवेदक (Sensor) है जो चुंबकीय क्षेत्र को किसी स्थान पर मापता है। नीचे

दिए गए चित्र में, एक मैग्नेटोमीटर नगण्य मोटाई के एक बंद "चुंबकीय रहस्यमयी संदूक" (जिसे हम अब से MBB के रूप में पुकारेंगे) के अंदर कहीं स्थित है। चित्र क्रमांक (1) हमें इसका एक शीर्ष दृश्य देता है, जहाँ लाल आयत MBB को दर्शाता है। आयत के तल को $x-y$ तल के रूप में लिया जाता है, जिसमें मूल बिंदु 0 को ऊपरी दाएँ कोने में लिया गया है। मैग्नेटोमीटर के अज्ञात स्थान को निर्देशांक (x_0, y_0) द्वारा दर्शाया जाता है। उदाहरण के लिए, यह MBB के अंदर \odot द्वारा चिह्नित स्थान पर स्थित हो सकता है। ध्यान दें कि MBB के अंदर मैग्नेटोमीटर का वास्तविक स्थान चित्र में दिए गए स्थान से भिन्न हो सकता है; यह इस प्रश्न के सभी बाद के चित्रों के लिए भी लागू होता है।



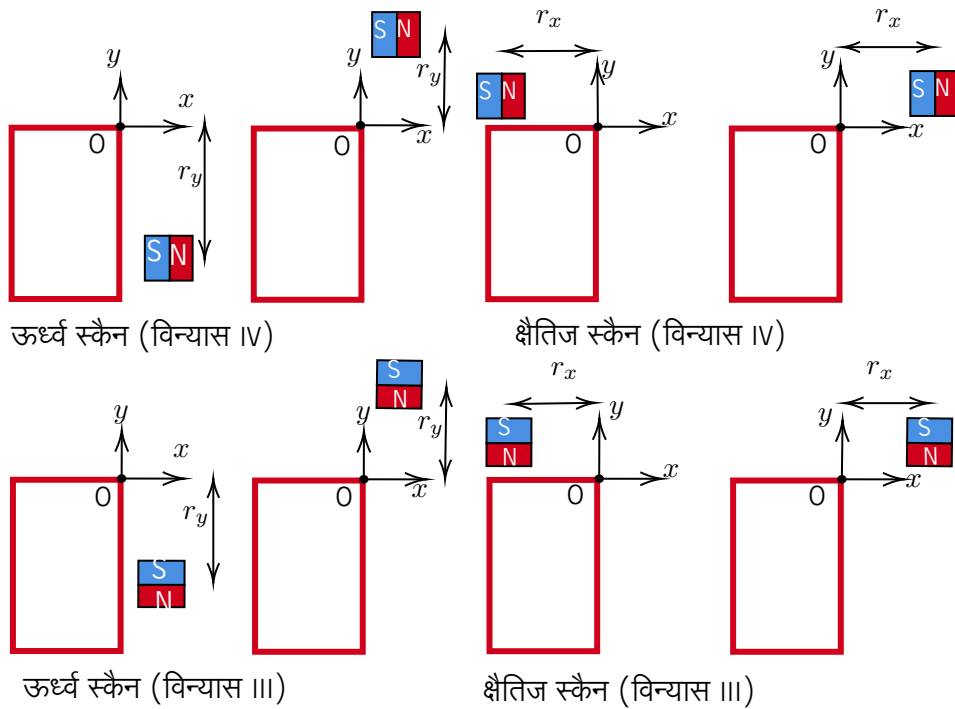
चित्र 1: मैग्नेटिक ब्लैक बॉक्स (MBB) और एक परीक्षण चुंबक का ढांचागत निरूपण।

मैग्नेटोमीटर द्वारा मापे गए चुंबकीय क्षेत्र के घटक B_x , B_y और B_z पास में स्थित चुंबक के चुंबकीय द्विध्रुव आघूर्ण के विन्यास और तीव्रता, तथा चुंबक के केंद्र और मैग्नेटोमीटर के बीच की दूरी R पर निर्भर करते हैं। इस प्रश्न में पृथ्वी के चुंबकीय क्षेत्र के प्रभाव को नगण्य माना गया है।

वान्या MBB का उपयोग करके एक प्रयोग कर रही है। उसे सबसे पहले MBB के अंदर मैग्नेटोमीटर की सटीक स्थिति का पता लगाना है। उसके पास एक घनाकार परीक्षण चुंबक है जिसकी भुजा की लंबाई $w = 10 \text{ mm}$ और अज्ञात द्विध्रुवीय तीव्रता \vec{P} है। (चित्र देखें (1))

वह MBB को लकड़ी की मेज पर रखती है। फिर वह परीक्षण चुंबक को x स्थिर रखते हुए y -अक्ष के समानांतर (उर्ध्व स्कैन) या y को स्थिर रखते हुए x -अक्ष के समानांतर (क्षैतिज स्कैन), जैसा कि चित्र में दिखाया गया है, करते हुए मैग्नेटोमीटर द्वारा प्रदर्शित चुंबकीय क्षेत्र मानों को रिकॉर्ड करती है

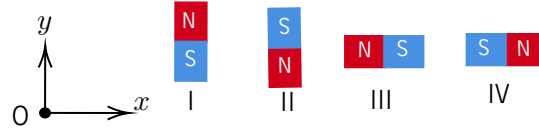
चुंबक के केंद्र से मापी गई दूरियों, r_x और r_y के परिमाण भी चित्र में दिखाए गए हैं। प्रत्येक स्कैन के लिए, वान्या विभिन्न



चित्र 2: कुछ ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज स्कैन की विन्यासों ऊपर से देखने पर कुछ इस तरह दीखती हैं। विन्यासों की व्याख्या के लिए चित्र (3) देखें।

विन्यासों में चुंबक को रखती है, जहां आघूर्ण वेक्टर \vec{P} को या तो y -अक्ष या x -अक्ष के समांतर या विपरीत दिशा में संरेखित

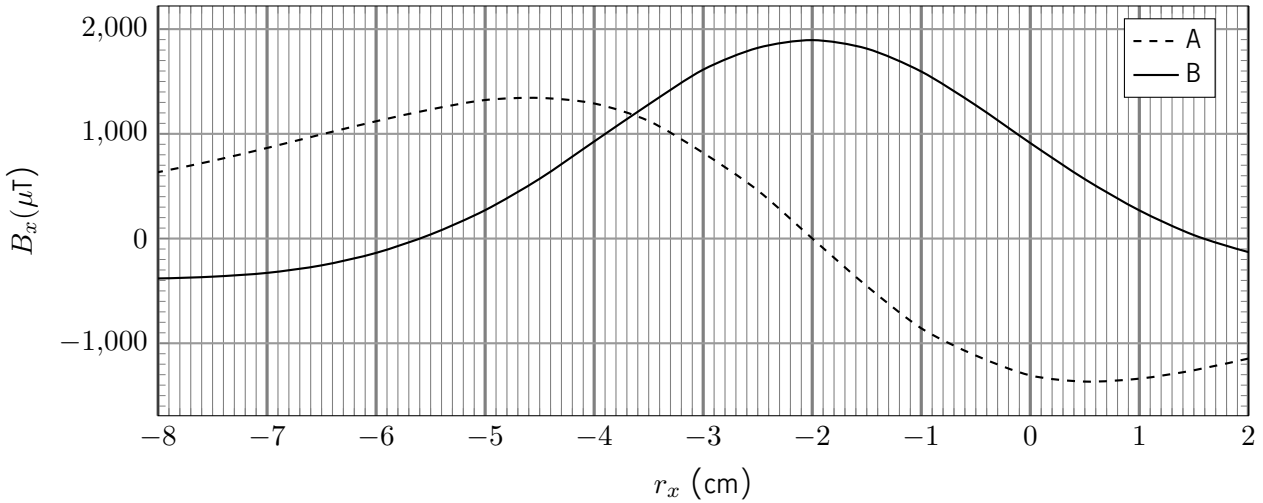
किया जाता है। विभिन्न विन्यास (I से IV) चित्र (3) में दर्शाये गये हैं। प्रयोग के दौरान, मान लें कि मैग्नेटोमीटर का स्थान और चुंबक का केंद्र समान ऊंचाई पर हैं (अर्थात्, उनके z -निर्देशांक हमेशा समान होते हैं)। चित्र (4) में ऊर्ध्वाधर और क्षैतिज



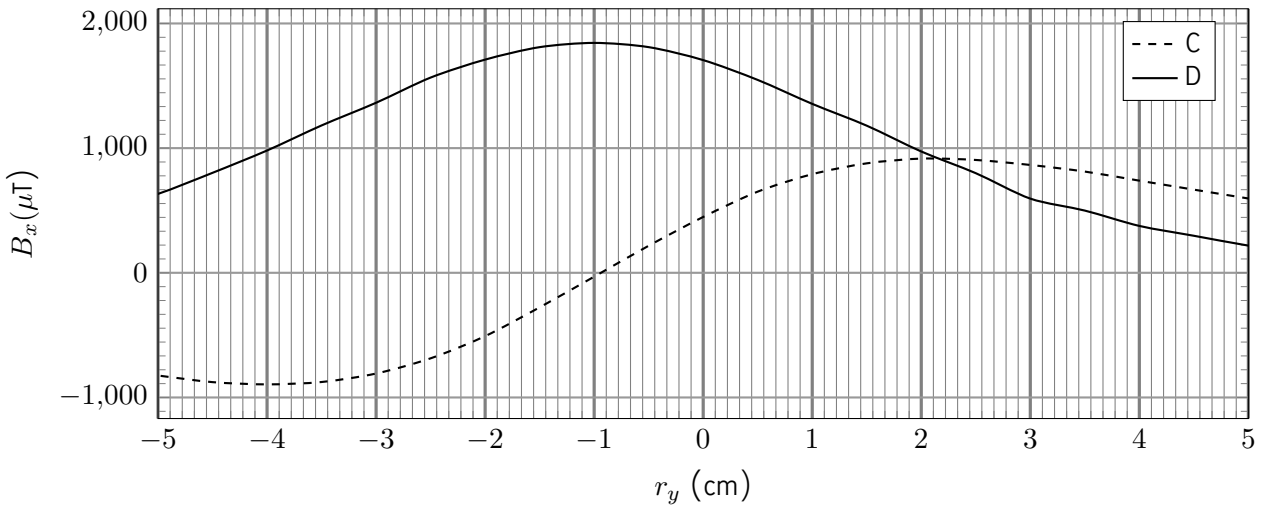
चित्र 3: परीक्षण चुंबक के विभिन्न विन्यास

स्कैन के चार ग्राफ (A, B, C, D) चुंबकीय क्षेत्र B_x के परिवर्तन को प्रदर्शित करते हैं। यह ग्राफ कुछ निश्चित विन्यासों के संयोजन से प्राप्त किए गए हैं।

क्षैतिज स्कैन (नियत r_y)

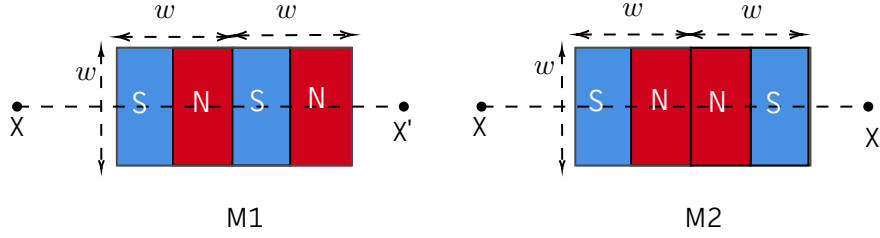


ऊर्ध्व स्कैन (नियत r_x)



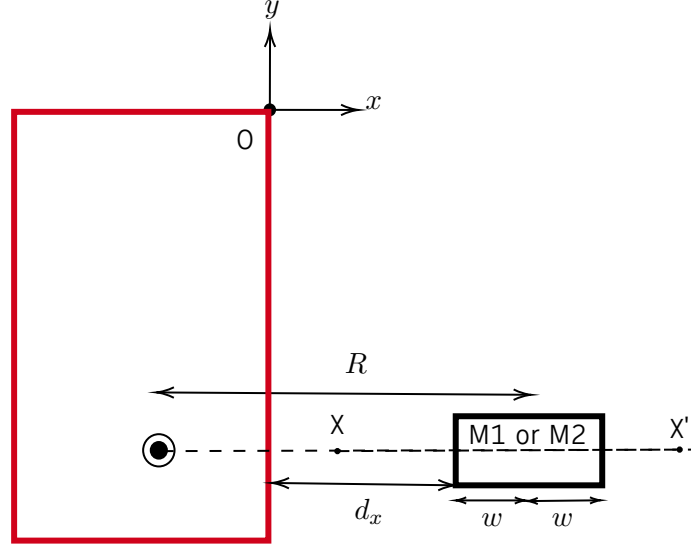
चित्र 4

- (a) [7 अंक] उपरोक्त ग्राफ के आधार पर, यह पहचानें कि ये वक्र कौन से विन्यासों (I-IV) से संबंधित हैं। अपने उत्तर को दर्शाने के लिए, उत्तरपत्रक में दी गई तालिका को भरें। चुंबकमापी (magnetometer) की स्थिति के निर्देशांक (x_0, y_0) निर्धारित करें। आपको अपने उत्तरों को उचित तर्क द्वारा स्पष्ट करना होगा।
- (b) वन्या को दो घनाकार चुंबकीय सेट M_1 और M_2 दिए गए हैं, जिनमें से प्रत्येक समान आकार के दो घन चुंबकों (प्रत्येक की भुजा लंबाई $w = 10 \text{ mm}$) से निर्मित है। सेट M_1 में, दो चुंबक, जिनमें प्रत्येक का द्विध्रुव आघूर्ण P' है, एक आकर्षण विन्यास में जोड़े गए हैं। सेट M_2 में, चुंबकों को एक मजबूत गोंद की सहायता से प्रतिकर्षण विन्यास में जोड़ा गया है। इस प्रकार, प्रत्येक चुंबकीय सेट की कुल लंबाई $2w$ होती है जैसा कि चित्र (5) में दर्शाया गया है। वन्या एक चुंबकीय सेट M_1 या M_2 के केंद्रीय अक्ष (चित्र में XX') को इस तरह संरेखित करती है कि केंद्रीय अक्ष मैग्नेटोमीटर से होकर गुजरता है और x -अक्ष के समानांतर होता है। इस संयोजन का एक निरूपण चित्र में दिखाया गया



चित्र 5: मैग्नेटिक सेट M1 तथा M2. यहाँ $w = 10\text{mm}$ है।

है। y -निर्देशांक को y_0 पर स्थिर रखते हुए, वन्या चुंबकीय सेट को x -अक्ष के समानांतर ले जाती है। मैग्नेटोमीटर से



चित्र 6: Setup for measuring the dipole moment.

चुंबकीय सेट के मध्य बिंदु तक की दूरी R है। प्रत्येक स्थिति के लिए, वह दूरी d_x (MBB के फलक से चुंबकीय सेट के निकटतम किनारे तक की दूरी) और संगत चुंबकीय क्षेत्र घटक, B_x को मापती है।

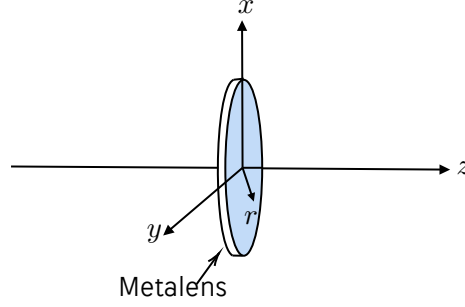
- [5 अंक] $R \gg w$ की दशा में, M1 और M2 के कारण मैग्नेटोमीटर पर नेट चुंबकीय क्षेत्र B के लिए R , w , P' , और अन्य स्थिरांकों के पदों में व्यंजक प्राप्त करें। आप मान सकते हैं कि प्रत्येक चुंबक स्वयं में भी w दूरी से अलग किए गए चुंबकीय एकलध्रुव (monopoles) की एक जोड़ी के रूप में मॉडल की जा सकती है।
- [10 अंक] वन्या के आंकड़ों का एक सेट नीचे दी गई तालिका में प्रस्तुत किया गया है।

d_x (सेमी)	B_x (μT)	d_x (सेमी)	B_x (μT)
2.1	-1359	3.1	-646
2.3	-1168	3.3	-563
2.5	-1001	3.5	-493
2.7	-855	3.7	-447
2.9	-743	3.9	-398

आंकड़ों का विश्लेषण करने के लिए एक उपयुक्त रैखिक ग्राफ बनाएँ, और ग्राफ से पहचानें कि डेटा M1 का है या M2 का। अपने उत्तर की पुष्टि करें। उसी रैखिक प्लॉट (या किसी भिन्न प्लॉट) से, चुंबकीय सेट के निर्माण में उपयोग किए गए प्रत्येक चुंबकों के P' की गणना करें।

5. Metalens

मेटासर्फेस एक द्विविमीय, बेहद महीन प्रकाशिक अवसंरचना है, जिसमें एक सपाट सतह (आमतौर पर एक बेहद पतली कांच की परत) पर नैनो-अंतरित प्रकाशिक नैनो-तत्वों (जिन्हें परा-परमाणु, meta-atoms, भी कहा जाता है) का एक व्यूह होता है। नैनो-तत्वों का प्राथमिक कार्य स्थानीय रूप से उस तरंग की कला में बदलाव $\phi(\vec{r})$ लाना है, जो दिए गए स्थान \vec{r} पर आपतित होती है। फलन $\phi(\vec{r})$, को मेटासर्फेस का कला-विवरण (phase-profile) भी कहा जाता है। मेटलेंस में एक गोलाकार मेटासर्फेस होता है जिसमें एक गोलाकार सममित चरण प्रोफाइल, फंक्शन, $\phi(r)$ से दिया जाता है, जो मेटलेंस के केंद्र से बिंदु की दूरी r पर निर्भर करता है (नीचे चित्र देखें)। इस प्रकार के मेटलेंस का उपयोग आने वाली समानांतर किरणों को एक बिंदु पर केंद्रित करने के लिए किया जा सकता है। सामान्य लेंस के विपरीत, मेटलेंस एक अल्ट्राथिन गोलाकार डिस्क की तरह दिखाई देंगे।

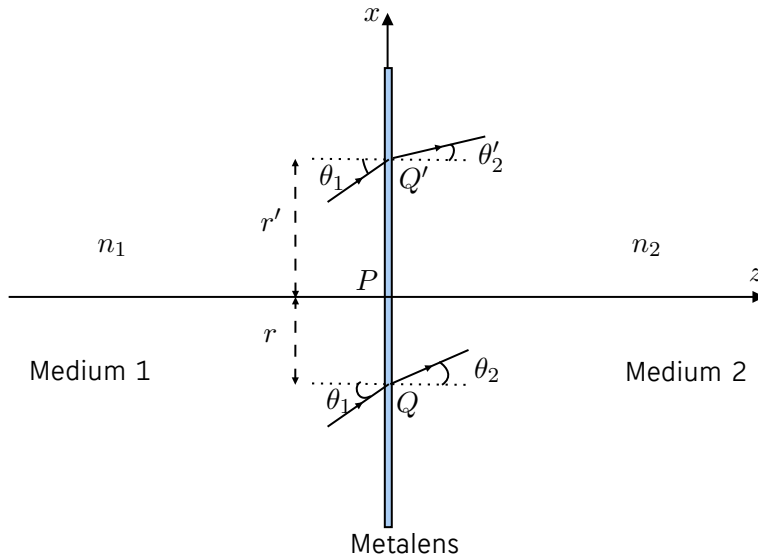


$\phi(r)$ और k_o , निर्वात में आने वाली तरंग की तरंग संख्या के पदों में, $f(r)$ को ज्ञात कीजिए। $f(r)$ निर्धारित करने के लिए, मान लें कि $x-z$ तल में दो किरणें एक कोण θ_1 पर दो अत्यंत निकट बिंदुओं, r और $r + \Delta r$ पर आपतित होती हैं, जो, एक ही कोण θ_2 से अपवर्तित होती हैं। आपको इस भाग के लिए $\phi(r)$ का सटीक फलनात्मक रूप प्राप्त करने की आवश्यकता नहीं है। अपवर्तनांक n_1 और n_2 के दो समांगी माध्यमों पर विचार करते हैं जिन्हें नीचे दिए गए चित्रानुसार एक मेटलेंस के द्वारा अलग किया गया है। मान लीजिए कि समतल तरंग का एक पुंज बिंदु Q (P ध्रुव से r दूरी पर) माध्यम 1 में मेटासर्फेस पर θ_1 के कोण बनता हुआ आपतित होता है।

मान लें कि Q पर पड़ने वाली किरणें PQ और लेंस की अक्ष (तल $x-z$) वाले तल में हैं। ये किरणें माध्यम 2 में θ_2 कोण पर अपवर्तित होंगी। अपवर्तन का कोण θ_2 , r पर निर्भर करता है। इस प्रकार, मेटासर्फेस के लिए अपवर्तन का संशोधित नियम इस रूप में लिखा जा सकता है

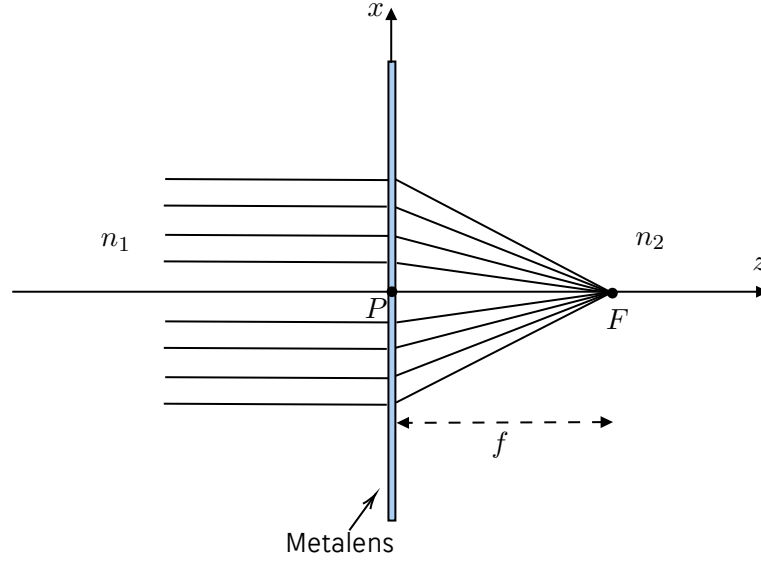
$$n_1 \sin \theta_1 - n_2 \sin \theta_2 = f(r)$$

इसी प्रकार, r' की दूरी पर, Q' पर पड़ने वाली किरणें θ'_2 कोण से अपवर्तित होंगी।

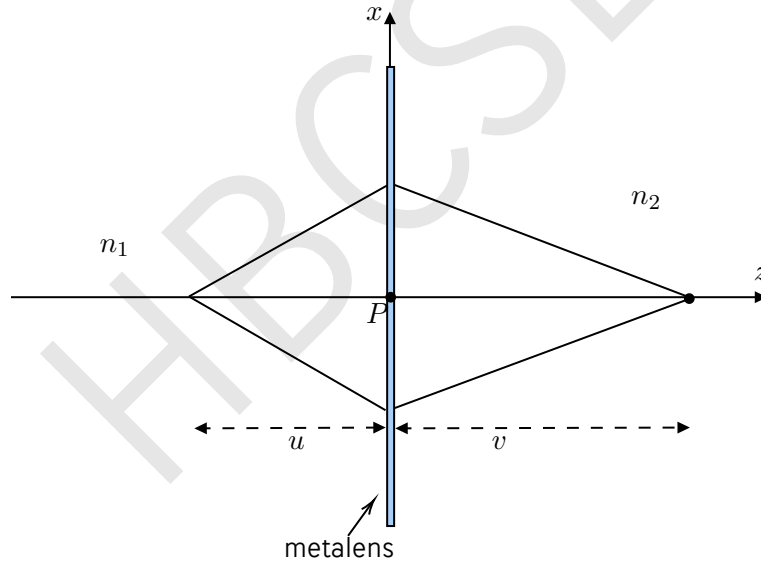


- (a) [8 अंक] $\phi(r)$ और k_o , निर्वात में आने वाली तरंग की तरंग संख्या के पदों में, $f(r)$ को ज्ञात कीजिए। $f(r)$ निर्धारित करने के लिए, मान लें कि $x-z$ तल में दो किरणें एक कोण θ_1 पर दो अत्यंत निकट बिंदुओं, r और $r + \Delta r$ पर आपतित होती हैं, जो, एक ही कोण θ_2 से अपवर्तित होती हैं। आपको इस भाग के लिए $\phi(r)$ का सटीक फलनात्मक रूप प्राप्त करने की आवश्यकता नहीं है।

- (b) [4 अंक] अक्ष पर ध्रुव P से किसी दूरी f पर एक बिंदु F पर फोकस होने पर एक समतल तरंगाग्र से गोलीय तरंगाग्र, रूपांतरित करने के लिए कला विवरण (Phase profile) $\phi(r)$ के लिए एक व्यंजक प्राप्त करें।



- (c) [3 अंक] एक मेटालेंस पर विचार करें जिसका कला विवरण भाग (बी) में प्राप्त होता है। अभिअक्षीय सन्निकटन (paraxial approximation) के लिए, वस्तु की दूरी u , प्रतिबिम्ब की दूरी v और फोकस दूरी f के साथ लेंस समीकरण के लिए अभिव्यक्ति प्राप्त करें (नीचे चित्र देखें)।



**** प्रश्नपत्र समाप्त ****