# भारतीय खगोलीय ओलंपियाड क्वालीफायर (IOQA) – 2021-2022

होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र **(HBCSE-TIFR)**
तथा
इंडियन एसोसिएशन ऑफ फिजिक्स टीचर्स **(IAPT)**
द्वारा संयुक्त रूप से आयोजित

## भाग द्वितीय: भारतीय राष्ट्रीय खगोलीय ओलंपियाड (INAO)

होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र (HBCSE-TIFR)

## प्रश्नपत्रिका

दिनांक: 20 मार्च 2022 समय: **10:30** से **12:30** तक

अनुक्रमांक: | | | | | - | | | | | - | | | | | | | कुल प्राप्तांक: 90

### सूचनाएं:

- अपना अनुक्रमांक इस पृष्ठ के उपरी हिस्से में दिये हुए बक्सों मे लिखे ।
- इस प्रश्नपत्रिका में कुल 5 प्रश्न हैं । हर एक प्रश्न / उप–प्रश्न के अधिकतम प्राप्तांक उसके सामने लिखे गये है ।
- सभी प्रश्नों के लिए, अंतिम उत्तर के बजाय समाधान पर पहुंचने में शामिल प्रक्रिया अधिक महत्वपूर्ण है । जरूरत होने पर आप उचित अभिधारणाओं / अनुमानों का प्रयोग कर सकते हैं । कृपया अपनी पद्धति स्पष्ट रूप से लिखें, स्पष्ट रूप से सभी तर्क बताएं ।
- गैर–प्रोग्रामयोग्य वैज्ञानिक कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है ।
- उत्तरपत्रिका परिवेक्षक को लौटायी जानी चाहिए । आप प्रश्नपत्रिका को वापस अपने साथ ले जा सकते हैं ।

उपयोगी स्थिरांक

| | | | |
|---|---|---|---|
| सूर्य का द्रव्यमान | $M_\odot$ | $\approx$ | $1.989 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$ |
| पृथ्वी का द्रव्यमान | $M_\oplus$ | $\approx$ | $5.972 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$ |
| चंद्र का द्रव्यमान | $M_\leftmoon$ | $\approx$ | $7.347 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$ |
| पृथ्वी की त्रिज्या | $R_\oplus$ | $\approx$ | $6.371 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$ |
| प्रकाश की गति | $c$ | $\approx$ | $2.998 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$ |
| सूर्य की त्रिज्या | $R_\odot$ | $\approx$ | $6.955 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$ |
| चंद्र की त्रिज्या | $R_\leftmoon$ | $\approx$ | $1.737 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$ |
| चंद्र की दूरी | $d_\leftmoon$ | $\approx$ | $3.844 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$ |
| खगोलीय यूनिट | 1 A. U. | $\approx$ | $1.496 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$ |
| गुरूत्वीय स्थिरांक | $G$ | $\approx$ | $6.674 \times 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$ |
| स्टीफन–बोल्ट्ज़मन स्थिरांक | $\sigma$ | $\approx$ | $5.670 \times 10^{-8}\,\mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$ |

1. अपरिचित ग्रह का सफर

कल्पना कीजिए कि कुछ परग्रहवासियों ने आपका अपहरण कर लिया है, और वे आपको आकाशगंगा की किसी एक भुजा में एक ग्रह पर छोड़ देते हैं। यह ग्रह किसी भी तारे के इर्दगिर्द नहीं घूम रहा है। आपको वहाँ छोड़ने से पहले, परग्रहवासी आपसे कहते हैं: "यहाँ से बहुत दूर, जिस तारे को आप स्पाइका(चित्रा) कहते हैं, उसकी दिशा में एक पोर्टल (गुप्तद्वार) है, जो आपको पुनः पृथ्वी पर ले जाएगा।"

आप को दिखाई देता है कि इस ग्रह के एक सुपरिभाषित अक्ष के इर्दगिर्द तारे एक चक्कर लगाने में 25.1 धरती के घंटों जितना समय लेते हैं । यह अक्ष आपके स्थान पर बिल्कुल क्षितिज समांतर (Horizontal) है। ग्रह का एक छोटा चंद्रमा है, जो हर समय लगभग समान कोणीय आकार के साथ ग्रह की भूमध्य रेखा के तल में परिक्रमा करता है । चंद्रमा के घूर्णन की दिशा ग्रह के परिभ्रमण की दिशा के समान है । जब चंद्रमा उगता है तब आप उस की कोणीय गति को दूर के तारों के सापेक्ष मापते हैं, और इसे $2.13 \times 10^{-6}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ पाते हैं । आप वही प्रक्रिया दोहराते हैं जब चंद्रमा सीधे ऊपर की ओर होता है और तब इसे $1.06 \times 10^{-6}\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ पाते हैं ।

(a) (5 marks) ऊपर दी गयी जानकारी का उपयोग कर दूर के तारों के सापेक्ष चंद्रमा की परिक्रमण अवधि ($T_{\mathrm{rev}}$) ज्ञात करे । मान लें $d_{\mathrm{m}} \gg R_{\mathrm{p}}$ ($d_{\mathrm{m}}$ ग्रह के केंद्र से चंद्रमा की दूरी है और $R_{\mathrm{p}}$ ग्रह की त्रिज्या है)।

(b) (6 marks) $d_{\mathrm{m}}/R_{\mathrm{p}}$ के मूल्य की गणना करें।

(c) (4 marks) आप ग्रह पर कुछ वस्तुओं को गिराते हैं, और सतह पर गुरुत्वाकर्षण के त्वरण का मूल्य $7.92\,\mathrm{m\,s^{-2}}$ पाते हैं। ग्रह की त्रिज्या ($R_{\mathrm{p}}$) का अनुमान लगाएं।

(d) (2 marks) ग्रह के द्रव्यमान ($M_{\mathrm{p}}$) का पता लगाएं।

(e) (3 marks) इस ग्रह से निकलने के लिए आप एक अंतरिक्षयान का निर्माण करते हैं, जो अपने वजन का 1% वजन ले जा सकता है। इस अंतरिक्षयान का उपयोग करके पोर्टल तक पहुँचने के लिए आवश्यक न्यूनतम ऊर्जा ($E_{\mathrm{min}}$) का अनुमान लगाएं।

जब आप स्पाइका(चित्रा) को सही स्थिति में देखते हैं, तो आप खुद को प्रक्षेपित करते हैं। जब आप पोर्टल से गुजरते हैं, तब आप खुद को परीक्षा केंद्र में वापस पातें है। अब आप अपनी परीक्षा फिरसे जारी कर सकते हैं।

2. विकिरण का दबाव

द्रव्यमान $m$ और त्रिज्या $r$ के दो स्थिर व समान ठोस गोले निर्वात में रखे गए है । उनके केंद्र एक दूसरे से $d$ दूरी पर है ($d \gg r$) । मान लें कि गोले आदर्श कृष्णिका (Ideal Blackbody) हैं। प्रत्येक कृष्णिका को तापमान $T$ पर बनाए रखा गया है और सिस्टम को एक बड़े पूरी तरह से ऊष्मारोधी बक्से में रखा गया है। बक्से की दीवारें $0\,\mathrm{K}$ तापमान पर बनाई रखी हुई हैं।

(a) (6 marks) गोलों द्वारा एक दूसरे पर लगाने वाले बल ( F ) का आकलन करे।

(b) (2 marks) जिस तापमान $T_c$ पर कुल बल शून्य है, उस तापमान का अनुमान लगाएं।

(c) (12 marks) आलेख $F$ बनाम $T$, $T_c$ बनाम $d$, $\log(T_c)$ बनाम $\log(m)$ को स्केच करें। प्रत्येक आलेख में, जहाँ उपयुक्त हो, अक्षों पर अंतःखंड (intercept) और प्रवणता (slope) को इंगित करें।

(d) (3 marks) दो गोलों के बीच के बल ($F_{\mathrm{net}}$) का अनुमान लगाए, जो एक दूसरे से $10\,\mathrm{m}$ के दूरी पर है। हर गोले का द्रव्यमान $0.5\,\mathrm{kg}$ है और त्रिज्या $5.0\,\mathrm{cm}$ है और दोनों गोले $T = 300\,\mathrm{K}$ तापमान पर है। कुल बल आकर्षक है या प्रतिकर्षक?

(e) (2 marks) वैष्विक गुरुत्वीय स्थिरांक $G$ के मूल्य को मापने के अपने ऐतिहासिक प्रयोग में, लॉर्ड कैवेंडिश ने लगभग इसी तरह के एक सेटअप का उपयोग किया था(इसी द्रव्यमान के गोले, इसी दूरी पर आदि. )। हालांकि उस सेटअप और इस प्रयोग में एक महत्वपूर्ण अंतर था जिसने उन्हें विकिरण दबाव की चिंता किए बिना $G$ मापने में सक्षम बनाया। वह अंतर क्या हो सकता है?

3. एक गोलाकार अवतल (concave) दर्पण कुछ गोलीय विपथन (spherical abberation) के साथ दूर के वस्तु की वास्तविक (real) छवि देता है। मानिये की अवतल गोलाकार दर्पण की वक्रता त्रिज्या $R$ है । इसके गोलाकार किनारे की त्रिज्या $r$ है।

   (a) (12 marks) अनंत से मुख्य अक्ष के समानांतर आने वाली एकवर्णी(monochromatic) प्रकाश किरणों के लिए फोकल तल (जिसे दर्पण के केंद्र से $R/2$ की दूरी पर लिया जाता है) पर छवि के आकार ($I_s$) की गणना करें। मानिये $R = 1500\,\text{mm}$ और $r = 75\,\text{mm}$ है।

   (b) (3 marks) यह गोलाकार विपथन कोणीय विभेदन (angular resolution)($\theta_{\text{min}}$) को कितना सीमित रखता है ?

4. वेन आरेख (Venn Diagram)
   यहाँ खगोलीय वस्तुओं की श्रेणियों की एक सूची है:
   तारे, ग्रह, बौने (dwarf) ग्रह, लघुग्रह (asteroids), कायपर (Kuiper) बेल्ट की वस्तुएं, ट्रोजन, धूमकेतु, उपग्रह/चंद्रमा, सौर मंडल की वस्तुएं

   (a) (8 marks) एक वेन आरेख चित्रित कीजिये जो इन समुच्चयों (sets) को सही ढंग से निरूपित (represent) करता हो।

   (b) (8 marks) नीचे दी गई वस्तुओं की सूची पढ़ें। आपके द्वारा चित्रित किये गए वेन आरेख में इनमें से प्रत्येक वस्तु को उचित खंड में रखें।
   सिरियस B, वेस्टा, सेरेस, शेरोन(Charon), एरिस, ट्राइटन, शूमेकर लेवी 9 (SL9), 51 पेगासी b

5. पृथ्वी की कक्षा सूर्य के चारों ओर कई धूमकेतुओं की कक्षाओं को कुछ बिंदुओं पर काटती है। जब पृथ्वी ऐसे किसी बिंदु से किसी विशिष्ट दिन (चरम तिथि – peak date) गुजरती है, तब धूमकेतु द्वारा छोड़े गए अवशेष से कुछ ही घंटो के लिए बड़ी संख्या में उल्काएं दिखाई पड़ती है। इन घटनाओं को 'उल्का वर्षा" के रूप में जाना जाता है।

   सभी उल्काओं के पथ आकाश के एक ही बिन्दु से आरंभ हुए नज़र आते है , जिसे 'उगम बिंदु (Radiant)' कहा जाता है। उल्का वर्षा का नाम उस तारे तथा तारामंडल (constellation) के अनुसार रखा जाता है जिसमें यह उगम बिंदु (Radiant) पाया जाता है ।

   (a) (7 marks) नीचे दिए गए खगोलीय नक्षे में ७ प्रमुख उल्का वर्षाओं के उगम बिंदु (Radiant) भरे हुए त्रिकोण द्वारा चिह्नित किए गए हैं और अक्षर A से G के रूप में इंगित किए गए हैं। इन वर्षाओं को तालिका में दी गई वर्षाओं में से पहचानिए, और उन्हें उचित पंक्ति में लिखिए (आप उन वर्षाओं को अनदेखा कर सकते हैं जो खगोलीय नक्षे पर नहीं दिखाई गई हैं)। आपको कोई तर्क लिखने की आवश्यकता नहीं है।

   यह उल्का वर्षा तब होते है जब पृथ्वी क्रांतिवृत्त समतल (ecliptic plane) में किसी धूमकेतु द्वारा छोड़े गए अवशेषों के मार्ग को पार करती है। यह उस समय की सूर्य की दिशा से संबंधित है। दिए गए खगोलीय नक्षे में लंबवत रेखाएं राईट असेंनशन (right ascension – RA) – यह एक खगोलीय निर्देशांक (भूगोल में रेखांश के समान) – को दर्शाती हैं। RA 0 घंटे से २४ घंटे तक में व्यक्त किया जाता है। इसका उपयोग आकाश में किसी वस्तु की स्थिति निर्दिष्ट करने के लिए होता है। दूर के तारों का RA अनवरत है, लेकिन पृथ्वी की परिक्रमा के कारण सूर्य जैसी नज़दीकी वस्तुओं का RA बदलता रहता है। सूर्य का RA वसंत विषुव (vernal equinox) पर 0 घंटा होता है, और संपूर्ण वर्ष के दौरान, जैसे सूर्य राशिचक्रों से गुजरता है, बढ़ता रहता है । उदाहरण के लिए, नवंबर में सूर्य वृश्चिक राशि में रहता है।

   (b) (7 marks) उपरोक्त जानकारी का उपयोग करते हुए, नीचे दी गई सूची में से ७ उल्का वर्षाओं की चरम तिथियों (peak dates) की पहचान करें और दी गई तालिका में लिखे। आपको कोई तर्क लिखने की आवश्यकता नहीं है।
   ७ उल्का वर्षाओं की चरम तिथियों (peak dates) की सूची: १२ अगस्त, १ सितंबर, २१ अक्टूबर, १७ नवंबर, १९ दिसंबर, ८ फरवरी, १४ मार्च।

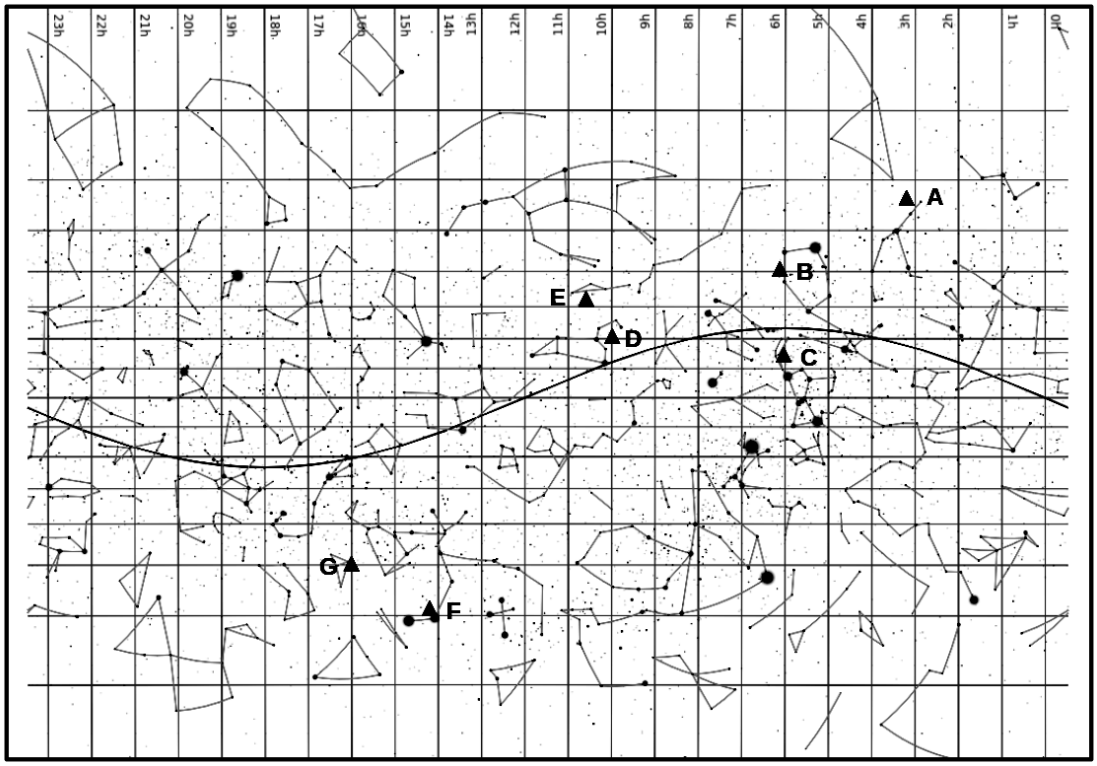


Figure 1: यहां भरे हुए वृत्त/बिंदु सितारों को दर्शाते हैं, भरे हुए त्रिकोण उल्का वर्षा के उगम बिंदु (Radiant) को दर्शाते हैं और ज्यावक्रीय वक्र (sinusoidal curve) सूर्य के वार्षिक पथ को दर्शाता है (क्रांतिवृत्त–Ecliptic)।

| उल्का वर्षाव का नाम | अल्फाबेटिक लेबल | चरम तिथि |
|---|---|---|
| अल्फा कैप्रीकॉर्निडस (Alpha Capricornids) | | |
| अल्फा सेंटॉरिडस (Alpha Centaurids) | | |
| ऑरिजिड्स (Aurigids) | | |
| दिसंबर लीओनीस मिनोरिड्स (December Leonis Minorids) | | |
| ड्राकोनिड्स (Draconids) | | |
| गामा नोरमीड्स(Gamma Normids) | | |
| गामा उर्से मायनॉरिड्स (Gamma Ursae Minorids) | | |
| जेमिनिड्स (Geminids) | | |
| लीओनीड़स (Leonids) | | |
| लायरिडस (Lyrids) | | |
| ओरायोनिड्स (Orionids) | | |
| पर्सीड्स (Perseids) | | |