भारतीय ओलंपियाड अर्हता परीक्षा (भौतिकी) – IOQP 2020-21

होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र (HBCSE-TIFR)
तथा
भारतीय भौतिकी शिक्षक परिषद (**IAPT**)
द्वारा संयुक्त रूप से आयोजित

भाग 2 – भारतीय राष्ट्रीय भौतिकी ओलंपियाड (INPHO)

होमी भाभा विज्ञान शिक्षा केंद्र (HBCSE-TIFR)

दिनांक: 7 फ़रवरी, 2021 पूर्णांक: 50

समय : **10:15 – 12:15 (2** घंटा**)**

अनुदेश

1. इस पुस्तिका में 4 पृष्ठ हैं तथा कुल 5 प्रश्न हैं। जहाँ कहा गया है वहां पृष्ठ पर सबसे ऊपर अनुक्रमांक (Roll Number) अवश्य लिखें।
2. उत्तरों के लिये पुस्तिका अलग से दी गयी है। उत्तर देने के लिये अनुदेश उत्तर पुस्तिका के ऊपर अंकित हैं।
3. संक्षिप्त उत्तरों के पृष्ठों तथा विस्तृत उत्तरों के पृष्ठों में आपके लिखे गए उत्तरों के आधार पर आपको अंक प्रदान किये जाएंगे। सरल लघु उत्तरों व ग्राफ को सीधे संक्षिप्त उत्तरों के पृष्ठ पर अंकित कर सकते हैं। लम्बी गणनाओं वाले उत्तरों के विस्तृत हलों के अभाव में अंक काटे जा सकते हैं।
4. ऐसे रफ़ कार्यों जिसे आप मूल्यांकन के विचारार्थ प्रस्तुत नहीं करना चाहते, उसे काट दें। आप प्रश्न पत्र के खाली स्थान का प्रयोग रफ़ कार्यों (कच्चे कार्य) के लिए कर सकते हैं, उसका मूल्यांकन **नहीं** किया जायेगा।
5. 'नॉन प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर' के उपयोग की अनुमति है। मोबाइल फ़ोन का कैलकुलेटर के रूप में प्रयोग **वर्जित** है।
6. **परीक्षा के अंत में उत्तर पुस्तिका को जमा करना है।** प्रश्न पत्र आप साथ ले जा सकते हैं।

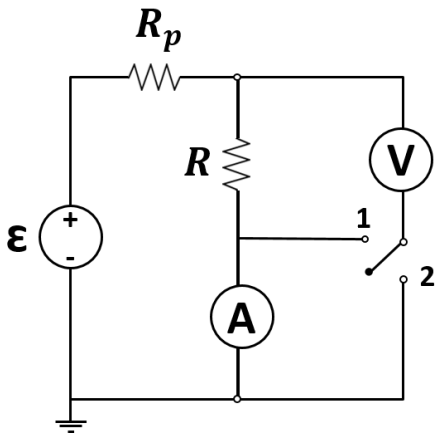
नियतांकों की सारणी

निर्वात में प्रकाश का वेग	: $c = 3.00 \times 10^{8}\ \mathrm{m.s^{-1}}$
प्लांक नियतांक	: $\square = 6.63\ \times\ 10^{-34}\ \mathrm{J.s}$
इलेक्ट्रानिक आवेश का परिमाण	: $e = 1.60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C}$
इलेक्ट्रॉन का स्थिर द्रव्यमान	: $m_e = 9.11 \times 10^{-31}\mathrm{kg}$
$1/4\pi\varepsilon_0$ का मान	: $9.00 \times 10^{9}\mathrm{N.m^2.C^{-2}}$
गुरुत्वीय त्वरण	: $g = 9.81\ \mathrm{m.s^{-2}}$

1. भौतिकी की प्रयोगशालाओं में विद्युत प्रतिरोध मापन के लिए अमीटर-वोल्टमीटर विधि बहुधा प्रचलन में है। इस विधि में, वोल्टमीटर और अमीटर से प्राप्त क्रमशः V और I के मान से ओम के नियम $R = V/I$ का उपयोग कर प्रतिरोध R की प्राप्ति की जाती है। इस विधि के प्रयोग में संयोजन में लगे वोल्टमीटर और अमीटर को आदर्श मानकर चलना जाता है। इस प्रश्न में हम इस आदर्श कल्पना से उत्पन्न चूक को ज्ञात करेंगे और इस प्रकार एक उन्नत प्रदर्शन देने वाले संयोजन का प्रतिपादन करेंगे।

   एक मानक अमीटर-वोल्टमीटर संयोजन वोल्टेज DC स्त्रोत (ε), सुरक्षा प्रतिरोध (Protection resistor) (R_p), अमीटर (A) और वोल्टमीटर (V) के साथ दिखाया गया है। अमीटर और वोल्टमीटर के अज्ञात आंतरिक प्रतिरोध क्रमशः R_A तथा R_V हैं। ध्यान रखें। मानकर चलिए कि $R_V \gg R_A$। हमारा उद्देश्य अज्ञात प्रतिरोध R के वास्तविक मान को ज्ञात करना है।

   एक साधारणतया प्रयुक्त होने वाले दो परिपथ विन्यासों (1) तथा (2) को लेते हैं, जिन्हे दिए गये परिपथ में स्विच की दो सम्भाव्य स्थितियों 1 तथा 2 से निरूपित किया गया है। हम मानते हैं कि संयोजन (1) तथा (2) में प्रतिरोध R के मापे गए मान क्रमशः R_{m1} तथा R_{m2} हैं। सापेक्ष त्रुटि, Δ, को निरपेक्ष त्रुटि और वास्तविक मान के अनुपात में व्यक्त किया जाता है: $\Delta = (R_m - R)/R$



   (a) **[2 अंक]** उपरोक्त प्रत्येक विन्यास के लिए मापन में सापेक्ष त्रुटि Δ_1 तथा Δ_2 को प्राप्त कीजिये।

   (b) **[4 अंक]** मात्र परिपथ में दिए गए घटकों (Elements) का ही प्रयोग कर के अमीटर और वोल्टमीटर के आंतरिक प्रतिरोधों से स्वतंत्र R का वास्तविक मान प्राप्त करने के लिए आप क्या आवश्यकतानुसार चित्रों के साथ एक चरणबद्ध विधि सुझा सकते हैं? आप भाग (a) की मापों का प्रयोग कर सकते हैं।

2. **[8 अंक]** प्रोफेसर साहा ने अपने चार छात्राओं को निम्न प्रश्न हल करने को दिया -

   प्रश्न में निकाय द्वारा प्रतिवेश पर कृत कार्य धनात्मक लेना है। किसी गैर-आदर्श गैस द्वारा वाण्डर-वाल्स के निम्न अवस्था समीकरण का किया जाता है -

$$\left(P + \frac{n^2 a}{V^2}\right)(V - nb) = nRT$$

   जहाँ $P, V,$ तथा T क्रमशः दाब, आयतन और तापमान हैं। n ग्राम-अणु की संख्या और R, सार्वत्रिक गैस नियतांक है। a तथा b विमाहीन नियतांक हैं। गैस रुद्धोष्म प्रक्रम से प्रारंभिक ताप और आयतन क्रमशः T_i तथा V_i से अंतिम ताप और आयतन क्रमशः T_f तथा V_f को प्रसारित होती है। रुद्धोष्म प्रक्रम को अवस्था समीकरण $f(P, V; n, a, b, \alpha) =$ नियतांक द्वारा दिया जाता है। जहाँ α एक विमाहीन नियतांक है जिसका मान एक से अधिक है। आदर्श गैस की सीमाओं के अंतर्गत $\alpha \to \gamma$ दिया गया है, जहाँ γ रुद्धोष्म की घात (exponent) है। इस प्रक्रम में गैस द्वारा कृत कार्य (W) कितना है?

   चारों छात्र इस प्रश्न को स्वतंत्र रूप से हल करके अलग अलग उत्तर लाते हैं, उनके उत्तर निम्न हैं -

(a) $W = \frac{nR}{\alpha-1}(T_i - T_f) + n^2 a({V_f}^{-1} - {V_i}^{-1})$

(b) $W = \frac{nR}{\alpha-1}(T_f - T_i) + n^2 a({V_f}^{-1} - {V_i}^{-1})$

(c) $W = \frac{nR}{\alpha-1}(T_i - T_f) + n^2 a({V_f}^{\alpha-1} - {V_i}^{\alpha-1})$

(d) $W = \frac{nR}{\alpha-1}(T_i - T_f)\left[1 - \left(\frac{V_f - nb}{V_i - nb}\right)^{\alpha-1}\right]$

इसके बाद प्रोफेसर साहा ने उनको सचमुच $f(P,V;\, n,a,b,\alpha) =$ नियतांक का सही व्यंजक दे दिया। परन्तु मूल्यांकन के समय वह इसे भूल गए। खैर, सहज व्यवहारिक तर्क मात्र से वह बता सकते हैं कि उपरोक्त में से कई या सभी चार उत्तर गलत हैं।

चारों उत्तरों पर विचार कीजिये और कम से कम एक कारण सहित बताइये कि क्यों यह उत्तर गलत है या संभावित सही है। ध्यान रखिये कि इस प्रश्न में ना तो आपको W का सही व्यंजक प्राप्त करना है ना ही उस तक पहुँचने के लिए सही गणना दिखाना है।

3. एक इलेक्ट्रॉन पर विचार करते हैं, (जिसका द्रव्यमान m, तथा आवेश का परिमाण e है), प्रारम्भ में यह $2e$ आवेश के नाभिक के चारों ओर 10^{-10} m की वृत्तीय कक्षा में गति कर रहा है। इस प्रश्न में सभी स्थानों पर हम SI इकाइयों का प्रयोग करेंगे और सापेक्षता के प्रभाव को नगण्य मानेंगे।

   (a) **[2 अंक]** वृत्तीय कक्षा में इलेक्ट्रॉन की आवृति, f, के लिए व्यंजक प्राप्त कीजिये (आंकिक मान की आवश्यकता नहीं है)।

चिरसम्मत विद्युत गतिकी के सिध्दांत से हमें पता है कि एक त्वरित इलेक्ट्रॉन ऊर्जा का उत्सर्जन करता है। इस विकिरण की शक्ति के लिए व्यंजक इस प्रकार दिया जाता है -

$$P = K\varepsilon_0^w e^x a^y c^z$$

जहाँ a त्वरण, c प्रकाश की चाल, ϵ_0 निर्वात की विद्युतशीलता और K एक विमाहीन नियतांक है।

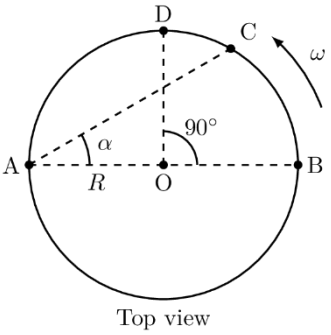
(b) **[2 अंक]** विमीय विश्लेषण से $\{w,x,y,z\}$ को प्राप्त कीजिये।

विकिरण के रूप में ऊर्जा के क्षय के कारण, इलेक्ट्रॉन वृत्तीय कक्षा में नहीं रहता और शनैः शनैः नाभिक में सर्पिलाकार चलकर समा जाता है। नियतांक K को 5.31×10^{-2} लीजिये।

(c) **[5 अंक]** माना इलेक्ट्रॉन को नाभिक तक पहुँचने में T समय लगता है। नाभिक की त्रिज्या 10^{-14} m मानकर T की गणना कीजिये।

4. **[12 अंक]** तीन उत्तल लेंस L_1, L_2 तथा L_3 जिनकी फोकस दूरियां क्रमशः $f_1, f_2,$ तथा f_3 हैं,
को मुख्य अक्ष (प्रधान अक्ष) के सम्पाती रखकर इस प्रकार संयोजित किया गया है कि (L_1 के पीछे L_2, के पीछे L_3, बायीं से दायीं ओर)। लेंसों L_1 तथा L_2 के बीच दूरी d_{12} एवं L_2 तथा L_3 के बीच की दूरी d_{23} इस प्रकार है ताकि, $d_{12} + d_{23} \geq f_1 + 4f_2 + f_3$ अब यदि एक समान्तर प्रकाश पुंज लेंस L_1 पर मुख्य अक्ष से एक छोटा कोण बनाकर इस प्रकार आपतित होता है कि L_2 तथा L_3 से गुजरने के बाद वह स्वयं के समान्तर निर्गत होता है। उचित किरण आरेख बनाइये और दूरियों d_{12} और d_{23} को फोकस दूरियों $f_1, f_2,$ तथा f_3 के पदों में प्राप्त कीजिए।

5. R त्रिज्या का एक मैरी-गो-राउंड झूला जिसको ऊपर से देखा जा रहा है (क्षैतिज तल में एक चकती, disc की तरह लीजिये), ω कोणीय वेग के साथ वामावर्त (anti-clockwise) दिशा में घूम रहा है, जिसके व्यास के दोनों सिरों पर दो सहेलियां अमीना (A) और बीना (B), बैठीं हैं (संलग्न चित्र देखिये)। चित्रानुसार, जब अमीना स्थिति A पर होती है वह एक गेंद को मैरी-गो-राउंड के सापेक्ष $\vec{u}$ वेग से फेंकती है जिसे बीना स्थिति C पर पहुँचते ही लपक लेती है ($\angle BAC = \alpha$)। यहां $\theta, \vec{u}$ वेग द्वारा क्षैतिज के साथ बनाया कोण है और ϕ, रेखा के सापेक्ष $\vec{u}$ के प्रक्षेप द्वारा निर्मित कोण है। वायु के कर्षण, घर्षण और गेंद फेंकने और लपकने से मैरी-गो-राउंड की चाल पर पड़े प्रभाव को नगण्य मानिये।



(a) **[6 अंक]** u, θ तथा ϕ को R, ω, α तथा अन्य सम्बंधित राशियों के पदों में ज्ञात कीजिये।

(b) **[3 अंक]** यदि अमीना गेंद को $\phi = 60°$ पर फेंकती है, और θ तथा u के मान इस प्रकार हैं कि बीना उसे लपक लेती है तो जब बीना उसे लपकती है तब विस्थापन s, का परिमाण क्या होगा? मात्र इसी भाग के लिये $R = 1.5\text{m}$ लीजिये, और अपने उत्तर को सही उत्तर की 0.5m की सीमा (within the range of) में प्राप्त करना पर्याप्त होगा।

(c) **[0.5 अंक]** यदि बीना गेंद को बिंदु C के स्थान पर बिंदु D पर लपकती है, तो गेंद फेंकने की चाल u_D की गणना कीजिये ($\angle BOD = 90°$)।

(d) **[3 अंक]** बीना के गेंद को बिंदु D पर लपकने के लिए आवश्यक गेंद फेंकने की निम्नतम चाल u_D के संगत मैरी-गो-राउंड की कोणीय चाल ω_m क्या होगी? गेंद फेंकने की निम्नतम चाल u_m क्या होगी?

(e) **[2.5 अंक]** ऐसी दशा पर विचार करें जब अमीना स्थिति A से गेंद फेंके और स्वयं ही स्थिति B पर पहुँचते ही लपक ले। (बीना इस बार वहां है ही नहीं)। मैरी-गो-राउंड की कोणीय चाल $\omega = \sqrt{g/R}$ लेते हुए u, θ तथा ϕ को इस दशा में प्राप्त कीजिये।

****

प्रश्न पत्र की समाप्ति

कच्चे कार्य के लिए जगह - जिसका मूल्याङ्कन नहीं किया जायेगा