भारतीय राष्ट्रीय भौतिकी ओलंपियाड - 2019

दिनांक : 03 फ़रवरी 2019 | रोल नंबर : ____________________

समय : 09:00-12:00 | पूर्णांक : 75

अतिरिक्त पन्नों की संख्या : ______ | केंद्र________________(उदाहरण- कोच्चि)

इस पंक्ति के नीचे न लिखें।

अनुदेश

1. इस पुस्तिका में इस पन्ने को छोड़कर 32 पृष्ठ हैं तथा कुल 7 प्रश्न हैं।
2. यह पुस्तिका दो भागों में विभक्त है -
   संक्षिप्त उत्तरों के साथ प्रश्नों के लिए पृष्ठ तथा **विस्तृत उत्तरों के पृष्ठ।** जहाँ कहा गया है वहां पृष्ठ पर सबसे ऊपर अनुक्रमांक (Roll Number) अवश्य लिखें।
3. प्रश्नों के साथ संक्षिप्त उत्तरों के पृष्ठ में प्रत्येक प्रश्न खंड (उप-प्रश्न) के नीचे दिए गए बॉक्सों में उस उप-प्रश्न का अंतिम उत्तर स्पष्टता पूर्वक लिखिए।
4. आपको प्रत्येक प्रश्न के यथोचित, स्पष्ट व सुसंगत हल को दिए गए विस्तृत उत्तरों के पन्नों में लिखना है। प्रत्येक पृष्ठ पर संबंधित प्रश्न (प्रश्नों) क्रमांक अंकित करें।
5. संक्षिप्त उत्तरों के पृष्ठों तथा विस्तृत उत्तरों के पृष्ठों में आपके लिखे गए उत्तरों के आधार पर आपको अंक प्रदान किये जाएंगे। सरल लघु उत्तरों व ग्राफ को सीधे संक्षिप्त उत्तरों के पृष्ठ पर अंकित कर सकते हैं। लम्बी गणनाओं वाले उत्तरों के विस्तृत हलों के अभाव में अंक काटे जा सकते है। ऐसे रफ़ कार्यों जिसे आप मूल्यांकन के विचारार्थ प्रस्तुत नहीं करना चाहते हैं उसे काट दें।
6. उत्तरों की गणना करने व लिखने के लिए उत्तर पुस्तिका के पृष्ठों में पर्याप्त जगह दी गयी है। फिर भी यदि आपको लिखने के लिए और अतिरिक्त प्रश्नों की आवश्यकता है, तो आप निरीक्षक से अतिरिक्त खाली पन्नों के लिए अनुरोध कर सकते हैं। इन खाली पन्नों पर अपना रोल नंबर लिखें तथा अपनी मूल उत्तर पुस्तिका से संलग्न कर दें।
7. 'नॉन प्रोग्रामेबल साइंटिफिक कैलकुलेटर' के उपयोग की अनुमति है। मोबाइल फ़ोन का कैलकुलेटर के रूप में प्रयोग वर्जित है।
8. उत्तर लिखने के लिए काली या नीली स्याही का ही प्रयोग करें। चित्र, ग्राफ या स्केचों के लिए पेंसिल का प्रयोग किया जा सकता है।
9. **परीक्षा के अंत में इस पूरी उत्तर पुस्तिका को जमा करना है।**

स्थिरांकों की सारणी

निर्वात में प्रकाश का वेग	c	$3\times10^{8}\ \mathrm{m/s}$
प्लांक नियतांक	h	$6.63\times10^{-34}\ \mathrm{J.s}$
	$\hbar$	$h/2\pi$
सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक	G	$6.67\times10^{-11}\ \mathrm{N.m^2.kg^{-2}}$
इलेक्ट्रानिक आवेश का परिमाण	e	$1.60\times10^{-19}\ \mathrm{C}$
प्रोटोन का स्थिर द्रव्यमान	m_p	$1.66\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$
इलेक्ट्रान का स्थिर द्रव्यमान	m_e	$9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg}$
$1/4\pi\epsilon_0$ का मान		$9\times10^{9}\ \mathrm{N.m^2.C^{-2}}$
आवगाद्रो संख्या	N_A	$6.022\times10^{23}/\ \mathrm{mole}$
गुरुत्वीय त्वरण	g	$9.81\ \mathrm{m.s^{-1}}$
सार्वत्रिक गॅस नियतांक	R	$8.31\ \mathrm{J.K^{-1}\ mol^{-1}}$
		$0.0821\ \mathrm{l.atm\cdot\ mol^{-1}\cdot K^{-1}}$

पारगम्यता नियतांक μ_0 $4\pi \times 10^{-7}$ H m^{-1}

प्रश्न	पूर्णांक	प्राप्तांक
1	9	
2	11	
3	12	
4	7	
5	9	
6	14	
7	13	
कुल	75	

1. पृथ्वी के वायुमंडल के निचले हिस्से में ऊंचाई बढ़ने के साथ साथ तापक्रम में पतन होता है। मूल बिन्दु को भूस्तर पर मानकर , y अक्ष को ऊर्ध्वाधर तथा x अक्ष को क्षैतिज दिशा में मानकर निर्देश तंत्र के मूलबिंदु का चयन करें। हम तापक्रम में रेखीय पतन इस प्रकार मानते हैं कि भूतल से y ऊंचाई पर तापमान

$$T(y) = T_0(1 - by)$$

से दिया जाता है जहां T_0 भूतल पर तापमान है और $b = 0.023\ \text{km}^{-1}$ एक नियतांक है। हम ध्वनि के x-y तल में संचरण पर विचार करते हैं। ध्वनि में किसी भी तरह के क्षरण (attenuation) , विवर्तन एवं परावर्तन को नगण्य मानिए।

(a) यदि भू स्तर पर ध्वनि का वेग v_0 है तो y ऊंचाई पर ध्वनि के वेग $v(y)$के लिए v_0 तथा b के पदों में व्यंजक प्राप्त कीजिये। [1]

$v(y) =$

(b) माना ध्वनि तरंग मूल बिन्दु पर x अक्ष (क्षैतिज) से प्रारम्भिक कोण θ_0 बनाते हुए संचरण करती है। y ऊंचाई पर ध्वनि के संचरण की दिशा द्वारा क्षैतिज से बनाए गए कोण θ का व्यंजक, θ_0 तथा b के पदों में प्राप्त कीजिये। [2]

$\theta =$

(c) ध्वनि के संचरण के मार्ग के किसी बिन्दु पर x तथा y निर्देशांकों का व्यंजक θ के फलन के रूप में प्राप्त कीजिये। [3]

$x =$
$y =$

(d) प्रश्न के इस भाग के लिए मूलबिंदु पर ध्वनि के संचरण की दिशा क्षैतिज माने। उस परिस्थिति में जब y, 100 मी या उस से कम मान का हो, x और y के बीच सम्बन्धों अर्थात $y(x)$ का सन्निकट व्यंजक प्राप्त कीजिये। $y = 2.00$ m के लिए x का मान प्राप्त कीजिये। [3]

$y(x) =$	x का मान $=$

विस्तृत उत्तर पृष्ठ संख्या ________ पर अंकित हैं।

---

2. L लंबाई के एक विमीय बॉक्स में सीमित m द्रव्यमान के कण पर विचार करते हैं। कण, बॉक्स में p संवेग के साथ गति करते हुए दीवारों से प्रत्यास्थ टक्कर करता है। हम इस निकाय की क्वान्टम यान्त्रिकी पर विचार करते हैं। जहां तक संभव हो अपने उत्तरों को $\alpha = h^2/2m$ के पदों में व्यक्त करें।

(a) प्रत्येक ऊर्जा अवस्था में कण डी- ब्रोगली परिकल्पना द्वारा दी गयी तरंग दैर्घ्य की अप्रगामी तरंग द्वारा प्रदर्शित किया जा सकता है। n वीं ऊर्जा अवस्था में इसकी तरंग दैर्घ्य λ_{dB}को L के पदों में व्यक्त कीजिये। [1]

HBCSE

$\lambda_{\mathrm{dB}}=$

(b) इस कण की n वीं ऊर्जा अवस्था, E_n को लिखिए. [1]

$E_n=$

(c) माना उपरोक्त बॉक्स में पाउली के अपवर्जन सिद्धान्त का पालन करने वाले N (द्रव्यमान m) एकरूप कण उपस्थित हैं ; जहां N एक सम संख्या है। निकाय की न्यूनतम संभव कुल ऊर्जा U_0 का व्यंजक प्राप्त कीजिये। (अर्थात N कणों के निकाय की मूल (ground state)ऊर्जा). इलेक्ट्रोनों के मध्य किसी भी प्रकार के कूलाम्बिक बल को नगण्य मानिये. [2]

$U_0 =$

(d) जब निकाय प्रथम उत्तेजित अवस्था में हो तब कुल ऊर्जा U_1 को U_0 तथा अन्य प्रासंगिक राशियों के पदों में व्यक्त कीजिये। साथ ही निकाय की द्वितीय उत्तेजित अवस्था की कुल ऊर्जा U_2 को U_0 तथा अन्य संबन्धित राशियों के पदों में व्यक्त कीजिये। [3½]

$U_1 =$

$U_2 =$

(e) माना कि जब निकाय मूल ऊर्जा अवस्था में है, बॉक्स की लंबाई L को धीरे धीरे बदल कर $L-\Delta L$ किया जाता है। संकुचन के दौरान निकाय पर किए गए कार्य की गणना करके प्रत्येक दीवाल पर लगाने वाले बलों के परिमाण F को U_0 व अन्य संबन्धित राशियों के पदों में व्यक्त कीजिये यदि $\Delta L \ll L$ है. [1]

$F =$

(f) यह मानकर कि N का मान उच्च है $(N \gg 1)$, dU_0/dN तथा निकाय के मूल स्तर में भरी हुई उच्चतम ऊर्जा स्तर के अनुपात r को प्राप्त कीजिये। [1]

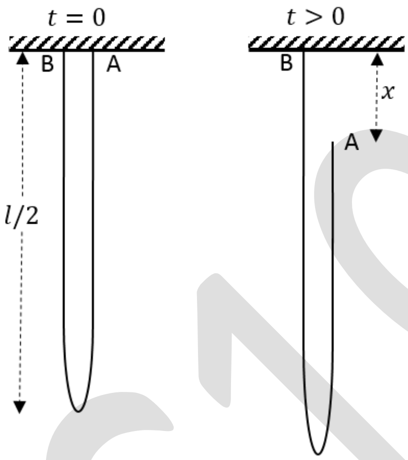
$r =$

(g) हम पुन: यह मानते हैं कि N का मान उच्च है। इलेक्ट्रॉन द्वारा L लंबाई के स्थिर रैखिक घनत्व वाले एकसार सतत रूप निकाय बनाने की संभावना पर विचार करें। विमीय विश्लेषण का उपयोग कर निकाय की गुरुत्वीय ऊर्जा U_G की गणना करें; यह मानते हुए कि यह ऊर्जा निकाय के द्रव्यमान , सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक G और L पर निर्भर है। माना यह (आकर्षण की) ऊर्जा, प्रतिकर्षण की ऊर्जा $U_0(N)$ के बराबर है; तब L का मान N व अन्य संबन्धित राशियों के पदों में व्यक्त कीजिये। [1½]

$U_{\mathrm{G}} =$

$L =$

3. l लंबाई और λ रैखिक घनत्व की एक जंजीर एक क्षैतिज आधार से लटकी है ; दोनों सिरे A तथा B क्षैतिज आधार से चित्रानुसार जुड़े हुए हैं। दोनों जुड़े हुए सिरे एक दूसरे के बहुत समीप हैं। समय $t = 0$ पर सिरे A को स्वतंत्र छोड़ दिया जाता है। सभी ऊर्ध्वाधर दूरियों (x) को क्षैतिज आधार के सापेक्ष नीचे की ओर धनात्मक नापा जाता है अर्थात प्रारम्भ में A तथा B, $x = 0$ पर हैं।



(a) जब सिरा A , x दूरी गिर चुका होता है उस क्षण द्रव्यमान केंद्र का संवेग P, x तथा चाल $\dot{x}$ के पदों में प्राप्त कीजिये। [2]

$P =$

(b) यह मान लीजिये कि सिरा A स्वतंत्र रूप से गुरुत्वीय पतन कर रहा है अर्थात $\ddot{x} = g$ । जंजीर के पूरी तरह गिर कर पूर्णतः ऊर्ध्व होने से ठीक पूर्व, स्थिर सिरे B पर तनाव T का मान प्राप्त कीजिये। [1]

$T=$

प्रयोगिक तौर पर पाया गया तनाव का यह मान इस तनाव के मान से भिन्न होता है। इस दशा में हम एक वैकल्पिक तरीका लेते हैं जिसमे यांत्रिक ऊर्जा के संरक्षण का उपयोग है।

(c) जंजीर की स्थितिज ऊर्जा $U(x)$ प्राप्त कीजिये और इसका ग्राफ खींचिए। क्षैतिज आधार पर रखे हुए एक बिंदु कण की स्थितिज ऊर्जा को शून्य मानिये। [2 ½]

HBC19

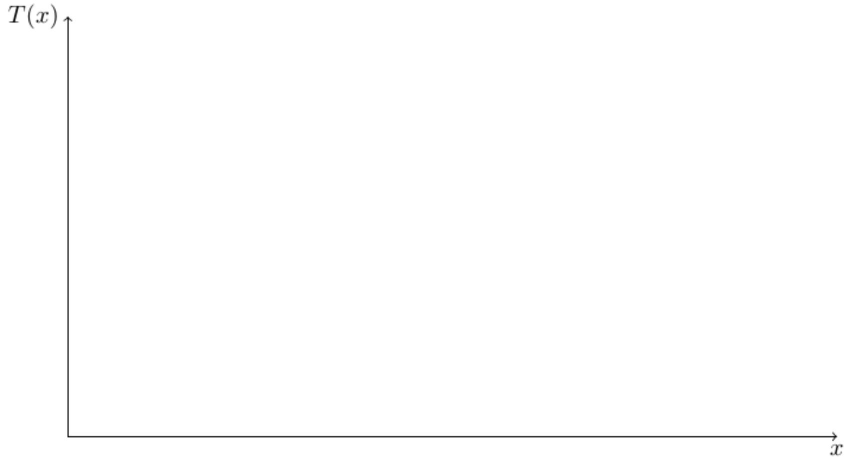
(d) जब सिरा A, x दूरी गिर गया हो उस क्षण चाल $\dot{x}$ को ज्ञात कीजिये, यह मानकर कि जंजीर के के गिरने वाले हिस्से (दाहिनी तरफ) के सभी खण्डों की चाल समान है। [2 ½]

$\dot{x} =$

(e) इसका उपयोग कर B पर $T(x)$ को x व अन्य राशियों के फलन के रूप में प्राप्त कीजिये। अपने अंतिम उत्तर को जितना हो सके उतना सरल करके लिखिए। [3]

$T(x) =$

(f) $T(x)$ का x के साथ परिवर्तन का गुणात्मक ग्राफ (प्रारूप) खींचिए। [1]

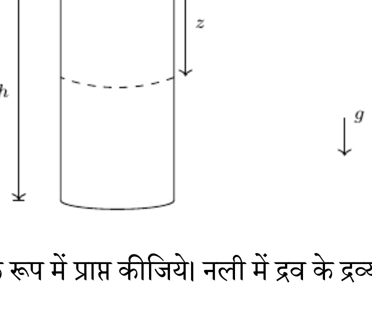


विस्तृत उत्तर पृष्ठ संख्या ________ पर अंकित हैं।

4. एक अनुप्रस्थ परिच्छेद क्षेत्रफल A के संकीर्ण लंबे बेलन में एक असंपीड्य द्रव h ऊंचाई तक भरा गया है। जिसका घनत्व ρ , दाब $P(z)$ का इस प्रकार का फलन है कि

$$\rho(z) = \frac{\rho_0}{2}\left(1 + \frac{P(z)}{P_0}\right)$$

जहां P_0 तथा ρ_0 नियतांक हैं। गहराई z को द्रव की स्वतंत्र सतह से नापा गया है जहां का दाब वायुमंडलीय दाब P_{atm} के बराबर है।



(a) दाब $P(z)$ को z के फलन के रूप में प्राप्त कीजिये। नली में द्रव के द्रव्यमान M को प्राप्त कीजिये। [5]

$P(z) =$
$M =$

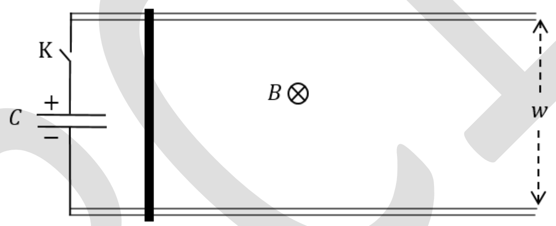
(b) मान लीजिये द्रव $\rho_0/2$ घनत्व वाला असंपीड्य द्रव है। यदि z गहराई पर ऐसे द्रव का दाब $P_i(z)$ हो तो $P_0 \gg \rho_0 g z$ मानते हुए $\Delta P = P(z) - P_i(z)$ का एक अनुमानित व्यंजक प्राप्त करें। [2]

$\Delta P \approx$

विस्तृत उत्तर पृष्ठ संख्या ________ पर अंकित हैं।

---

5. दो लंबी नगण्य प्रतिरोध की w दूरी पर स्थित समानान्तर धातु की रेलें क्षैतिज रूप से रखीं हैं ; जिन पर M द्रव्यमान की और R प्रतिरोध की धातु की एक छड़ (काली मोटी रेखा) लम्बबत रूप से एक छोर पर रखी है (चित्र देखें)। जैसा कि चित्र में दिखाया गया है एक एकसार ऊर्ध्वाधर चुंबकीय क्षेत्र B पृष्ठ के तल में अन्दर की दिशा में इंगित करता हुआ उपस्थित है। रेलों के छड़ वाले सिरे को एक कुंजी K एवं एक V_0 वोल्टेज से आवेशित C धारिता के संघारित्र से बद्ध किया गया है। घर्षण व लूप का स्वप्रेरकत्व नगण्य है। कुंजी को $t = 0$ पर बंद किया जाता है।



(a) छड़ द्वारा प्राप्त अंतिम चाल V_{final} क्या है? [6]

$V_{\text{final}} =$

(b) छड़ द्वारा अधिकतम गतिज ऊर्जा तथा संघारित्र की प्रारम्भिक संग्रहित ऊर्जा के अनुपात r पर विचार करें। उचित B का चयन कर के r के अधिकतम संभव मान r_{max} प्राप्त करें। [2]

$r_{\text{max}} =$

(c) माना $M = 10.0\text{ kg}$, $w = 0.1\text{ m}$, $V_0 = 1.00 \times 10^4\text{ V}$ तथा धारित्रों के एक बैंक की कुल धारिता $C = 1.00\text{ F}$ है। तब $r = r_{\text{max}}$ के संगत वेग के अंतिम वेग V_{final} की गणना कीजिये। [1]

$V_{\text{final}}(r = r_{\text{max}}) =$

विस्तृत उत्तर पृष्ठ संख्या ________ पर अंकित हैं।

---

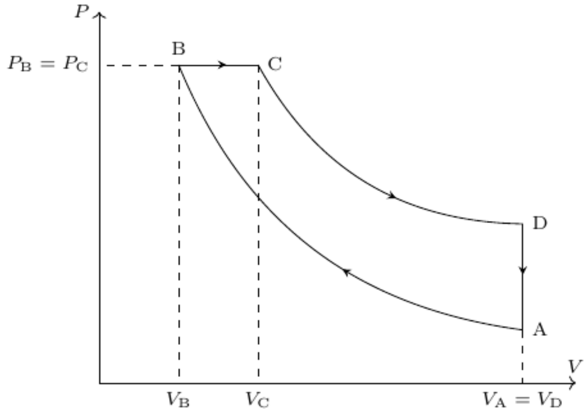
6. किसी एक परमाण्विक गैस (जो आदर्श नहीं है) पर विचार करें। इसका अवस्था समीकरण वन्डरवाल द्वारा निम्न प्रकार दिया जाता है

$$\left(P + \frac{an^2}{V^2}\right)\left(\frac{V}{n} - b\right) = RT$$

जहां a तथा b धनात्मक नियतांक हैं तथा अन्य प्रतीकों के सामान्य अर्थ हैं। एक वास्तविक गैस की आंतरिक ऊर्जा को निम्न समीकरण के द्वारा दिया जाता है।

$$dU = C_V dT + \left\{T\left(\frac{dP}{dT}\right)_V - P\right\} dV$$

जैसा कि दिखाया गया है , दाब का अवकलन स्थिर आयतन पर लिया गया है। हम इस गैस के एक मोल $(n = 1)$ को निम्न P-V आरेख में दिखाये अनुसार डीजल चक्र (ABCDA) के अनुदिश गुजारते हैं (चित्र पैमाने के अनुसार नहीं है)। मान लीजिये कि पूरे चक्र में स्थिर आयतन पर मोलर ऊष्मा धारिता $C_v = 3R/2$ पर स्थिर रहती है। मार्ग AB तथा CD अनुत्क्रमणीय रुद्धोष्म हैं।



(a) B पर तापमान T_B , A पर तापमान T_A, V_A, V_B तथा स्थिरांकों के पद में ज्ञात कीजिये। [2 ½]

$T_B =$

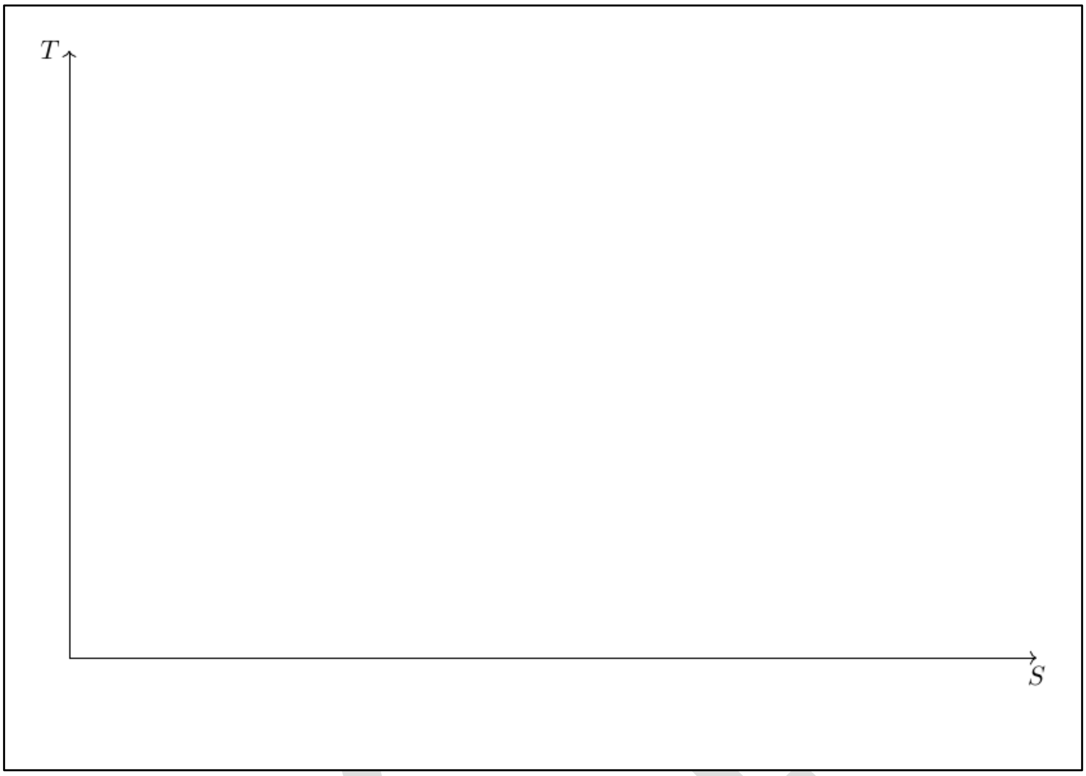
(a) मान लीजिये A पर तापमान $T_A = 100.00$ K, $V_A = 8.00$ l , $V_B = 1.00$ l, $V_C = 2.00$ l, $a = 1.355\ l^2 \cdot atm/mol^2$ तथा $b = 0.0313$ l/mol है। सम्पूर्ण चक्र में सर्वाधिक तापमान का कलन कीजिये। [1 ½]

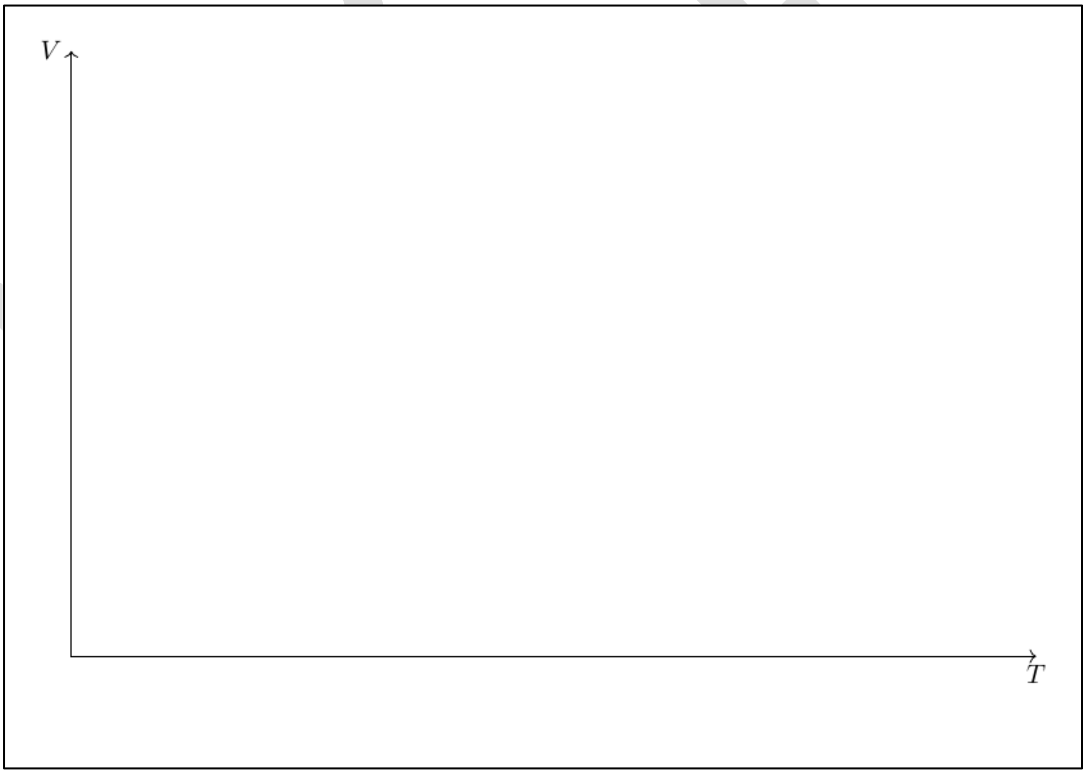
सर्वाधिक तापमान $=$

(b) चक्र की दक्षता η की गणना कीजिये। [3]

$\eta =$

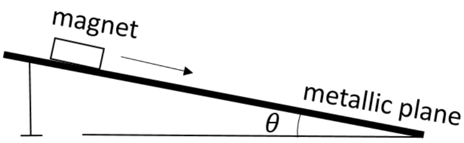
(c) डीजल चक्र के संगत T-S (entropy) तथा V-T का गुणात्मक आरेख (Graph) खींचिए। आरेख पर जहाँ जहाँ संभव हो, $T, V,$ तथा S के मान दिखाइये। [7]





विस्तृत उत्तर पृष्ठ संख्या ________ पर अंकित हैं।

7. जैसा कि चित्र में दिखाया गया है , एक $m = 19.00$ g का एक चुंबक एक क्षैतिज से θ कोण बनाते हुए खुरदरे, अचुंबकीय धात्विक नत समतल पर फिसलता है। ताल के झुकाव के कोण को बदला जा सकता है। चुंबक व नत समतल के बीच सापेक्ष गति होने पर धातु में भँवर धाराएँ उत्पन्न होती हैं जो कि चुंबक की गति को अवमंदित करती हैं।



कल्पना कीजिये की चुंबक पर लगने वाले अवमंदक बल का परिमाण bv है , जहां b एक धनात्मक नियतांक है और v चुंबक की ताक्षणिक चाल है। माना चुंबक व नत समतल के बीच गतिज घर्षण गुणांक μ है ।

(a) यदि चुंबक समय $\mathrm{t} = 0$ पर विरामावस्था से गति आरंभ करता है तो इसके सीमांत वेग V_{T} तथा नत समतल के अनुदिश विस्थापन $S(t)$ का समय t के फलन के रूप में व्यंजक प्राप्त कीजिये। $S(0) = 0$ लीजिये। [2]

V_{T} =
$S(t) =$

(b) एक निश्चित θ के लिए एक विद्यार्थी S का t के विभिन्न मानों के लिए परिवर्तन रिकॉर्ड करता है जैसा कि निम्न सारणी में दिखाया गया है। एक उचित ग्राफ खींचिए और उस ग्राफ की सहायता से सीमांत वेग V_{T} प्राप्त कीजिये। इस तथा अगले भाग के लिये 3 ग्राफ सलग्न हैं। अतिरिक्त ग्राफ पेपर नहीं दिया जायेगा। [4]

t **(s)**	***S*** **(m)**
0.016	0.001
0.049	0.003
0.070	0.006
0.090	0.010
0.120	0.017
0.174	0.029
0.230	0.046
0.270	0.058
0.320	0.074
0.370	0.091

V_{T} =

ग्राफ पृष्ठ संख्या ____ पर बनाया गया है।

(c) उपरोक्त प्रक्रिया θ के विभिन्न मानों के लिए दोहराई जाती है। इन विभिन्न θ के लिए प्राप्त सीमांत वेगों के मानों को निम्न सारणी में दर्शाया गया है। [7]

θ (degrees)	***V*_T (m/s)**
19	0.15

24	0.23
28	0.29
35	0.40
40	0.46
45	0.53
48	0.58
52	0.62

एक उचित ग्राफ को खींचकर, ग्राफ के द्वारा b व μ के मान ज्ञात कीजिये।

$b =$	$\mu =$

विस्तृत उत्तर पृष्ठ संख्या __________ पर अंकित हैं।

प्रश्न पत्र समाप्त

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19

HBC19