भारतीय राष्ट्रीय खगोलीय ओलंपियाड – 2019

प्रश्नपत्रिका

INAO – 2019

अनुक्रमांक: ☐☐☐☐ - ☐☐☐☐ - ☐☐☐☐ दिनांक: 2 फरवरी 2019

समय अवधि: तीन घंटे कुल प्राप्तांक: 100

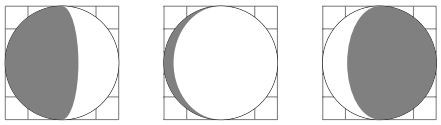
सूचनाएं:

- शुरूआत करने से पहले ये सुनिश्चित कर लें कि आपको मुखपृष्ठ एवं 4 अन्य पृष्ठों की प्रश्नपत्रिका प्राप्त हुई है ।
- अपना अनुक्रमांक इस पृष्ठ के ऊपरी हिस्से में दिये हुए बक्सों मे लिखे एवं अनुक्रमांक के आखरी 4 अंक हर पृष्ठ के ऊपरी कोने में लिखे।
- इस प्रश्नपत्रिका में कुल 7 प्रश्न हैं । हर एक प्रश्न / उप–प्रश्न के अधिकतम प्राप्तांक उसके सामने लिखे गये हैं ।
- सभी प्रश्नों के लिए, अंतिम उत्तर के बजाय समाधान पर पहुंचने में शामिल प्रक्रिया अधिक महत्वपूर्ण है । जरूरत होने पर आप उचित अभिधारणाओं / अनुमानों का प्रयोग कर सकते हैं । कृपया अपनी पद्धति स्पष्ट रूप से लिखें, स्पष्ट रूप से सभी तर्क बताएं ।
- प्रश्नपत्रिका में रफ–कार्य के लिए रिक्त स्थान दिए गए हैं । उत्तरपत्रिका पर कोई भी रफ–कार्य न करें ।
- गैर–प्रोग्रामयोग्य वैज्ञानिक कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति है ।
- उत्तरपत्रिका परिवेक्षक को लौटाई जानी चाहिए । आप प्रश्नपत्रिका को वापस अपने साथ ले जा सकते हैं ।
- कृपया ध्यान रखें कि अगले चरण (उन्मुखीकरण एवं चयन शिविर / OCSC) के लिए प्रस्तावित दिनांक एवं सूचनाएं इस प्रकार हैं ।:
  - दिनांक: 22 अप्रैल से 9 मई 2019..
  - यह शिविर HBCSE, मुंबई में संपन्न होगा ।
  - सभी प्रतिभागियों के लिए पूरी अवधि के लिए शिविर में भाग लेना अनिवार्य है ।

उपयोगी स्थिरांक

सूर्य का द्रव्यमान	$M_\odot$	$\approx$	$1.989 \times 10^{30}\,\mathrm{kg}$
पृथ्वी का द्रव्यमान	$M_\oplus$	$\approx$	$5.972 \times 10^{24}\,\mathrm{kg}$
चंद्र का द्रव्यमान	$M_\leftmoon$	$\approx$	$7.347 \times 10^{22}\,\mathrm{kg}$
पृथ्वी की त्रिज्या	$R_\oplus$	$\approx$	$6.371 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$
प्रकाश की गति	c	$\approx$	$2.998 \times 10^{8}\,\mathrm{m\,s^{-1}}$
सूर्य की त्रिज्या	$R_\odot$	$\approx$	$6.955 \times 10^{8}\,\mathrm{m}$
चंद्र की त्रिज्या	R_m	$\approx$	$1.737 \times 10^{6}\,\mathrm{m}$
खगोलीय यूनिट	$a_\oplus$	$\approx$	$1.496 \times 10^{11}\,\mathrm{m}$
सौर स्थिरांक (पृथ्वीसमीप)	S	$\approx$	$1366\,\mathrm{W/m^2}$
गुरूत्वीय स्थिरांक	G	$\approx$	$6.674 \times 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2/kg^2}$

1. चंद्रमा की कलाओं के चित्र कुछ इस प्रकार बनाये जा सकते हैं।



ये हम जानते हैं की, 28 फरवरी 2025 को अमावस्या होगी। समीर, जो एक वैज्ञानिक कथा लिख रहा है, मार्च 2025 के महीने के कुछ दिनों के लिये चंद्रमा की कलाओं की कल्पना करता है। नीचे दिये गये हर एक काल्पनिक स्थिति में 3 मार्च, 8 मार्च, 11 मार्च, 15 मार्च, 20 मार्च एवं 27 मार्च के दिन आकाश में दिखने वाली कला का चित्र बनायें। चंद्र कला का आकार बहुत सटीक होने की आवश्यकता नहीं है। सन्निकट (approximate) चित्र (जैसे उपर दिखाये गये हैं।) भी काफी है।

(a) (4 marks) समीर ने पहले सोचा की क्यूं ना इस कथा की नायिका का घर चंद्रमा पर ऐसी जगह दिखाया जाए, जहॉ से नायिका को पृथ्वी का दर्शन हो सके। इस स्थिति में नायिका को पृथ्वी की कलाएं कैसी दिखेंगी?

(b) (4 marks) फिर उसे लगा की नायिका का घर पृथ्वी पर रखना ही ज्यादा रोचक होगा। नायिका को पृथ्वी पर लाकर उसने चंद्रमा के कक्षा (orbit) को बदलने की चेष्टा की। उसकी कल्पना में पृथ्वी के इर्दगिर्द चंद्रमा की कक्षा, सूरज के इर्दगिर्द पृथ्वी की कक्षा (क्रांतिवृत्त – ecliptic circle) से 90° का कोण बनाती है तथा चंद्रमा की कक्षा का अक्ष अगर हमेशा सूरज की दिशा में है। इस स्थिति में नायिका को चंद्रमा की कलाएं कैसी दिखेंगी?

(c) (4 marks) आखिर में वह चंद्रमा की कक्षा को क्रांतिवृत्त (पृथ्वी की कक्षा) के तल (ecliptic plane) में लेकर आया, मगर उसने चंद्रमा को गोलाकार से बदलकर बेलनाकार कर दिया। इस दंडगोलीय चंद्रमा की उंचाई उसके त्रिज्या के बराबर है और उसका अक्ष क्रांतिवृत्त से 90° का कोण करता है। इस स्थिति में नायिका को पृथ्वी से चंद्रमा की कलाएं कैसी दिखेंगी?

2. सौर माला के सभी ग्रहों तथा कुछ बडे बटुग्रहों का द्रव्यमान एवं उनकी कक्षा की त्रिज्या नीचे एक तालिका में दर्शायी गयी है। आप ये मान सकते हैं कि सभी कक्षाएं वृत्ताकार हैं तथा उनका केंद्र सौर मंडल के द्रव्यमान का केंद्र (C) है, एवं सारी वस्तुएं क्रांतिवृत्त के तल में हैं।

वस्तु	द्रव्यमान (kg)	कक्षीय त्रिज्या (km)		वस्तु	द्रव्यमान (kg)	कक्षीय त्रिज्या (km)
बुध	3.301×10^{23}	5.791×10^{7}		शनी	5.683×10^{26}	1.427×10^{9}
शुक्र	4.867×10^{24}	1.082×10^{8}		यूरेनस / हर्षल	8.681×10^{25}	2.871×10^{9}
पृथ्वी	5.972×10^{24}	1.496×10^{8}		नेपच्यून	1.024×10^{26}	4.498×10^{9}
मंगल	6.417×10^{23}	2.279×10^{8}		प्लूटो	1.309×10^{22}	5.906×10^{10}
सेरेस	9.470×10^{20}	4.137×10^{8}		एरीस	1.660×10^{22}	1.018×10^{11}
बृहस्पती	1.898×10^{27}	7.783×10^{8}		–	–	–

(a) (3 marks) गुणात्मक रूप से वर्णन करें कि सूर्य के चारों ओर ग्रहों का विन्यास क्या होना चाहिए जिससे,

1. बिंदु C सूर्य के केंद्र (S) से सबसे ज्यादा दूर हो?
2. बिंदु C और S यथासंभव निकट हों ?

(b) (7 marks) सभी ग्रहों को समरेखीय मानकर बिंदु C और S के बीच की सबसे छोटी संभव दूरी का अनुमान लगाए।

3. अमेय ने पृथ्वी पर सूर्य के प्रकाश की तीव्रता को कम करने के लिए पृथ्वी और सूर्य के बीच एक उचित स्थान पर विशालकाय एकल लेन्स स्थापित करने की महत्वाकांक्षी योजना बनायी है।

(a) (2 marks) इस उद्देश्य के लिए किस प्रकार के लेन्स का उपयोग किया जाना चाहिए?

(b) (2 marks) यह एकल लेन्स कहाँ लगाना चाहिए जिससे प्रकाश तीव्रता में गिरावट हमेशा स्थिर बनी रहे?

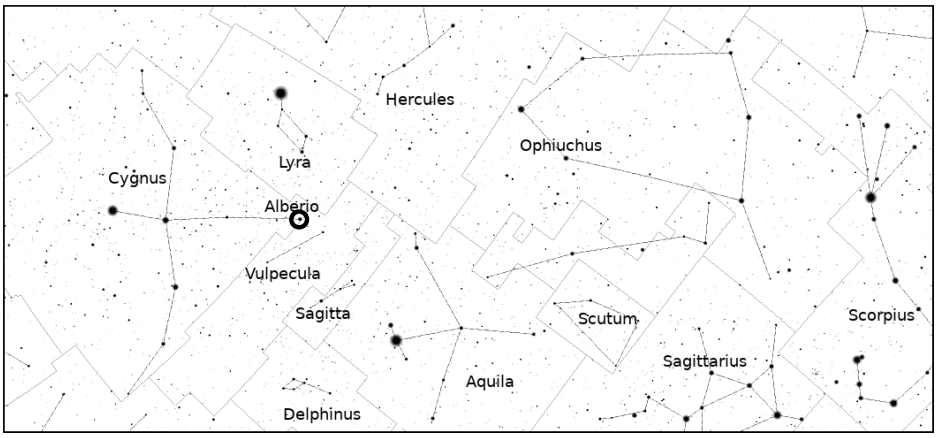
(c) (3 marks) इस एकल लेन्स का न्यूनतम व्यास क्या होना चाहिए?

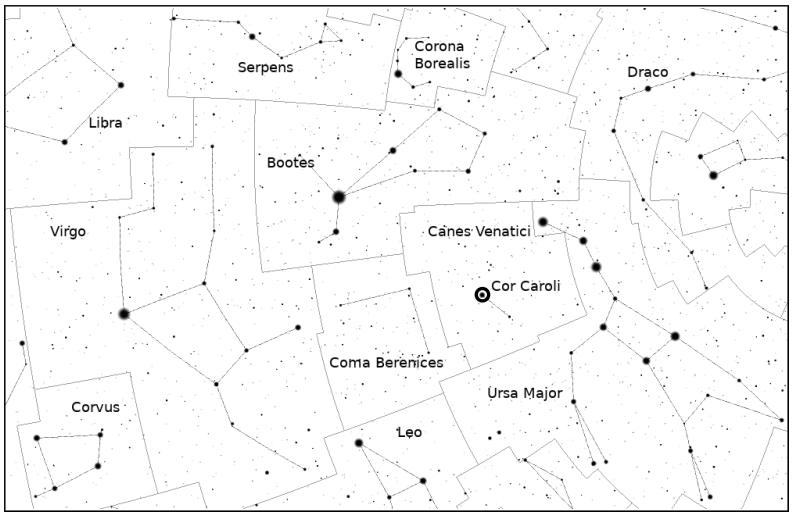
(d) (6 marks) यह मानते हुए कि हम पृथ्वी के तापमान को लगभग $2\,^{\circ}\mathrm{C}$ कम करना चाहते हैं, लेन्स की फोकल लंबाई क्या होनी चाहिए?

(e) (5 marks) वास्तव में, इस व्यास का एक अतिविशाल लेन्स बनाना अव्यावहारिक है। इसलिए अमेय की दूसरी योजना यह है कि, इस एकल लेन्स की जगह $1\,\mathrm{m}$ व्यास और $10\,\mathrm{m}$ फोकल लंबाई के लेन्सों का एक वृत्ताकार व्यूह (एक जाल की तरह जिसकी प्रत्येक ग्रंथि पर लेन्स लगे हुए है) बनाई जाए और इस व्यूह को उसी जगह इस तरह प्रतिस्थापित किया जाए की, व्यूह कि त्रिज्या एकल लेन्स जितनी ही हो। अगर वह चाहता है कि तापमान मे गिरावट $2\,^{\circ}\mathrm{C}$ ही रहे, तो इस व्यूह में ऐसे कितने लेन्स होने आवश्यक हैं?

(f) (2 marks) अगर हम भाग (e) के सारे लेन्स $1\,\mathrm{m}$ व्यास के अपारदर्शी गोलों द्वारा बदलना चाहते हैं, तो तापमान में कितनी गिरावट होगी?

4. (14 marks) विनीता ने नीचे दिए गए दो नक्शे तैयार किए और उन्हें छात्रों को एक निश्चित तिथि पर अभ्यास के लिए दिया। उस रात, आकाश आपकी उत्तरपुस्तिका में दिये हुए मानचित्र जैसा दिख रहा था। इन नक्शों कि सहायता से अपनी उत्तरपुस्तिका में दिए गए मानचित्र में निम्नलिखित नक्षत्रों / सितारों की पहचान करें।
सितारों को गोले से चिन्हित करें तथा नक्षत्रों को निचे दिये गये अभ्यास चित्रों के अनुसार रेखाओं से चिन्हित करें शर / Sagitta, कोर करोली / Cor Caroli, अल् बेरिओ / Alberio, स्वरमंडल / Lyra, हस्त / Corvus, उत्तर मुकुट / Corona Borealis





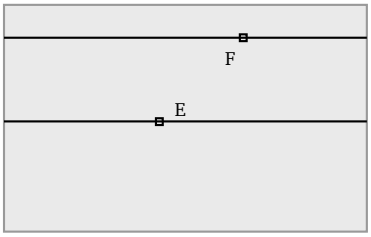
5. पृथ्वी के मानचित्रों को पाठ्यपुस्तकों मे इस तरह दिखाया जाता है कि,

   - सभी अक्षांश और देशांतर सीधी रेखाएं हो।
   - पृथ्वी के किसी भी देशांतर अथवा भूमध्य रेखा पर स्थित दो बिंदुओं मे अगर कोणीय अंतर समान है, तो मानचित्र में उन दो बिंदुओं के बीच रेखीय अंतर भी समान होगा।

   प्रत्यूष के पास पृथ्वी का एक गोला है, जिसकी त्रिज्या 'R' है। उसके पास ऊपर वर्णित प्रक्षेपण के साथ पृथ्वी का नक्शा भी है। उसने देखा कि इस नक्शे में और गोले में भूमध्य रेखाओं की लंबाईयॉ समान है।

   (a) (3 marks) नक्शे के कुल सतह क्षेत्रफल A_{map} और गोले के कुल क्षेत्रफल A_{sph} का अनुपात पता लगायें।

   (b) (5 marks) इस नक्शे पर समान क्षेत्र के दो छोटे वर्ग E और F खींचे गए हैं (नीचे आकृति देखें)। वर्ग E भूमध्य रेखा के बहुत निकट है, जबकि वर्ग F 60° के अक्षांश पर स्थित है। $\frac{A_{E|map}}{A_{E|sph}}$, $\frac{A_{F|map}}{A_{F|sph}}$ और $\frac{A_{F|sph}}{A_{E|sph}}$ ये अनुपात ज्ञात कीजिये जहाँ पर, $A_{E|sph}$ का मतलब वर्ग E का गोले पर मापा गया क्षेत्र है।
   $A_{E|map}$ का मतलब वर्ग E का नक्शे पर मापा गया क्षेत्र है।
   $A_{F|sph}$ का मतलब वर्ग F का गोले पर मापा गया क्षेत्र है।
   $A_{F|map}$ का मतलब वर्ग F का नक्शे पर मापा गया क्षेत्र है।

   (c) (2 marks) नक्शे पर एक बड़ा वर्ग खींचा गया है जिस कि भुजाओं की लंबाई u इकाइयाँ ($u \sim R/4$) हैं। इस वर्ग की निचली भुजा भूमध्य रेखा पर स्थित है। इस वर्ग का गोले पर जो प्रक्षेपण (projection) है, उसके अनुमानित आकार की सन्निकट (approximate) आकृति बनाएं।

6. (10 marks) मान लें की एक दंडगोलाकार धातु का तार लिया गया है, जिस का अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल A, लंबाई l, और परिवेश के तापमान T_0 पर प्रतिरोध R_0 है। प्रयोग के प्रारंभ में तार का तापमान भी T_0 है। तार का प्रतिरोध, तापमान के साथ $R = R_0\ e^{\alpha(T-T_0)}$ के अनुसार बदलता है। मान लें कि यह तार एक अति उच्च द्रवणबिंदू वाले पूर्ण कृष्णिका (perfect black body) की तरह काम करता है। तार केवल विकिरण के माध्यम से ठंडा होता है और इसके आयाम तापमान में किसी भी परिवर्तन से अप्रभावित रहते हैं। यदि तार के सिरों को समान विभवांतर (V_0) पर बनाए रखा जाता है, तो समय के साथ तापमान के अनुमानित आलेख का सन्निकट चित्र बनायें।

7. यश, अपने दोस्तों से अलग होकर, 23 सितंबर के दिन एक द्वीप पर जा पहुंचा। उसी दिन बैठे बैठे उसने सावधानीपूर्वक हर घंटे में ज्वार की ऊंचाई को मापा। यह डेटा नीचे तालिका 1 में सारणीबद्ध है।

   ज्वार की ऊंचाई और समय के गणितीय संबंध का मॉडल बनाने के लिए, उसने इन सरल मान्यताओं का पालन किया;

   - ज्वार केवल चंद्रमा के गुरुत्वाकर्षण खिंचाव के कारण होता है (सूर्य के गुरुत्वाकर्षण खिंचाव को नगण्य मानें।)
   - ज्वार पर पृथ्वी के घूमने के प्रभाव को अनदेखा करें।
   - पृथ्वी और पानी की सतह के बीच घर्षण को अनदेखा करें।

   (a) (10 marks) दिए गए डेटा को ग्राफ पेपर पर आलेखित करें।

Table 1: 23 सितंबर के दिन हर घंटे (स्थानीय समय) ज्वार की ऊंचाई के लिए डेटा।

समय (घंटे)	ऊंचाई **(m)**		समय (घंटे)	ऊंचाई **(m)**		समय (घंटे)	ऊंचाई **(m)**
00:00	0.538		08:00	0.45		16:00	0.756
01:00	0.616		09:00	0.341		17:00	0.812
02:00	0.708		10:00	0.307		18:00	0.786
03:00	0.753		11:00	0.33		19:00	0.733
04:00	0.786		12:00	0.372		20:00	0.666
05:00	0.741		13:00	0.482		21:00	0.622
06:00	0.639		14:00	0.572		22:00	0.583
07:00	0.554		15:00	0.676		23:00	0.545

(b) (4 marks) ग्राफ का उपयोग करते हुए, सूर्य–पृथ्वी–चंद्र कोण प्राप्त करें।

(c) (2 marks) निकटतम अमावस्या की तिथि किस तारीख पर आयेगी?

(d) (6 marks) बाद में उसने उस द्वीप के अंदरूनी हिस्सों का पता लगाया, जहां उसे एक बड़ी गुफा प्रणाली भी मिली। उन गुफाओं मे घुमते हुए उसका भोजन और सोने का समय काफी अनियमित था। नतीजतन, जब वह समुद्र तट पर लौटा, तो उसे समय का कुछ अंदाज़ा न था। उसने फिर से तारीख पता करने के लिए ज्वार की ऊंचाई को मापना शुरू कर दिया। हालांकि, इस बार, वह अन्य गतिविधियों, जैसे कि भोजन एकत्र करने और बेड़ा बनाने में भी व्यस्त था। इसलिए उनकी रीडिंग, जिसे तालिका (2) में दिया गया है, केवल अनियमित रूप से ली गई है। इस डेटा को पहले बनाये ग्राफ पर ही आलेखित करके, उस दिन 16:00 बजे ज्वार की ऊँचाई का पता लगाएं।

(e) (2 marks) तालिका (2) का डेटा कौन से तारीख पर लिया गया है?

Table 2: समय और ऊंचाई का डेटा

समय (घंटे)	ऊंचाई **(m)**		समय (घंटे)	ऊंचाई **(m)**
00:00	1.014		12:00	0.748
01:00	1.079		13:00	0.855
02:00	1.033		14:00	0.844
03:00	0.905		18:00	0.279
07:00	0.255		19:00	0.213
08:00	0.235		20:00	0.203
09:00	0.322		21:00	0.307
10:00	0.445		23:00	0.682

रफ–कार्य की जगह